Краткое изложенение заявки

Важнейшим понятием топологии и её приложений в функциональном анализе является понятие компактности. В связи с задачами функционального анализа и задачами общей топологии необходимо исследовать такие компакты и “близкие” к компактным пространства которые можно реализовать как подпространства тех или иных функциональных пространств. Например, такими компактами являются компакты Эберлейна (т.е. компактные подмножества банаховых пространств в слабой топологии), компакты Корсона и компакты Гулько.

На множестве $C(X)$ всех вещественнозначных функций на X можно рассмотреть три классические топологии: топологию равномерной сходимости, топологию поточечной сходимости и компактно-открытую топологию.

Обобщением компактно-открытой топологии и топологии поточечной сходимости является множественно-открытая топология на семействе λ непустых подмножеств X (λ-открытая топология), введённая впервые Р.Аренсом и Ж.Дугунджи.

В рамках классической C_p-теории были хорошо изучены условия двойственности между топологическими свойствами пространства X и пространства $C_p(X)$. Методы применяемые в изучении $C_p(X)$ активно применяются Осиповым А.В. для изучения топологических свойств $C_\lambda(X)$.

Основной задачей проекта является задача установления соответствий между свойствами топологического пространства X и свойствами пространства $C_\lambda(X)$. Причем $C_\lambda(X)$ может рассматриваться в зависимости от семейства λ не только как топологическое пространство, но и как топологическое кольцо, топологическая группа или как топологическое векторное пространство.

Основные задачи.

1. Выделить свойства пространства X, которые характеризуются только топологическими свойствами $C_\lambda(X)$.

Рассмотреть основные кардинальнозначные характеристики (характер, вес, сетевой вес, иньективный вес, плотность, число Суслина, число Линделефа) топологических пространств X и $C_\lambda(X)$, и найти между ними взаимоотношения (двойственность).

2. Пусть $C_\lambda(X)$ и $C_\lambda(Y)$ одинаковы в том или ином смысле как топологические пространства, как линейные топологические пространства или как алгебраические кольца. Выяснить какие свойства пространств X и Y тогда будут общими?

3. Пусть дан класс P топологических пространств. Охарактеризовать внутренним образом класс $H(P)$ всех пространств Y, для которых существует $X \in P$ такое, что Y гомеоморфно некоторому подпространству пространства $C_\lambda(X)$.

4. Выделить свойства семейства λ и свойства X при которых $C_\lambda(X)$ обладает линейно-топологическими свойствами.

5. Выяснить при каких семействах λ пространство $C_\lambda(X)$ является топологической группой или топологическим векторным пространством.