Обращение преобразований Лапласа и Фурье методом точечных представлений

Осипов В.В.

При использовании метода точечных представлений возникают конечномерные модели, которые есть гомоморфные образы соответствующих объектов, имеющие максимально возможную степень адекватности, увеличивающуюся с ростом размерности до нулевой эквивалентности. Основная идея метода состоит в следующем. Всякой функции $y(t)$ из $M(0,T)$ – пространства кусочно-непрерывных функций, определенных на $[0,T]$, ставится в соответствие N-мерный вектор Y_T, принадлежащий пространству R_T^N и названный точечным изображающим N-вектором функции $y(t)$ составленный из отсчетов $y(t_\nu^{(N)})$ $(\nu = \overline{1,N})$ в узлах некоторой N-сетки. Очевидно, R_T^N есть гомоморфное отображение пространства $M(0,T)$. Обратный переход реализующийся при помощи восстанавливающих сплайновых моделей нулевой степени. Которые образуют пространство сплайнов $Sp_N(0,T)$ с базисом в виде N выбранных B-сплайновых элементов, являющееся биективным отображением пространства R_T^N, а также подпространством в $M(0,T)$ и гомоморфным образом этого пространства. Нормируются пространства Sup-нормой. Однако, введя в нормированных пространствах вторую бинарную операцию – умножение элементов, превращая их в банаховы алгебры относительно Sup-норм получим (при любом N) гомоморфизм алгебр. Соответственно возникают: AM, AR_T^N и ASp_N. ASp_N^0 оказывается подалгеброй алгебры AM и ее гомоморфным образом и, в тоже время, изометрическим изоморфизмом алгебры AR_T^N при любом N. С ростом N все гомоморфизмы равномерно переходят в изометрические изоморфизмы алгебр, гарантируя точность точечных и сплайновых моделей. Это позволяет найти точечное представление всякого линейного и ограниченного оператора A_t (и его степеней), действующего в $AM(0,T)$. Можно доказать, что гомоморфным образом всякого такого оператора в алгебре AR_T^N служит тёплицева матрица $A_T^{(N)}$ $(N \times N)$, аналитически представляемая в виде матричного полинома по канонической матрице сдвига Z ($N \times N$), нильпотентной с показателем N. С ростом N гомоморфизм элементов переходит изоморфизм. На основании сказанного была доказана теорема о точечном изображении свертки двух функций из $M(0,T)$ (как обобщенного оператора интегрирования). Согласно которой точечное изображение интеграла свертки функций $g(t)$ и δ-функции $\delta(t)$ получится в двух формах, которые и устанавливает аналитическую связь между точечным N-векторам $\overline{g}_{T_l}$ и соответствующим векторам однозначно связанным с изображением по Лапласу функции $g(t)$. В качестве этапов планируется решение следующих задач: Определение основных связей и свойств точечных представлений функций и их изображений по Лапласу на некоторых частных случаях. Выделить и рассмотреть общий случай, когда преобразование Лапласа функции-оригинала имеет вид произвольной правильной рациональной дроби, т.к. при этом имеется ряд особенностей, которые выделяют задачи такого рода. Исследовать точечные изображения функций, связанных косинус-преобразованием Фурье и соответствующие спектрально-инверсные пары. Определить асимптотику полученных спектрально-инверсных пар, параметры финитности в соответствии с теоремой Котельникова.