

Леонид Петров. Заявка на конкурс фонда «Династия» (подпрограмма 2.1)  
Краткое изложение заявки

Большая часть моих исследований посвящена вероятностным моделям, возникающим в теории представлений т.н. «больших» групп, у которых «элементарные» представления (аналоги неприводимых) зависят от счетного числа непрерывных параметров.

К «большим» группам относятся бесконечная симметрическая группа (стоящая из финитных подстановок натурального ряда), бесконечномерные классические группы, группы диффеоморфизмов, группы токов, и пр. В изучение их представлений внесли вклад Бородин, Вершик, Войкулеску, Керов, Кириллов, Неретин, Ольшанский, и многие другие. Здесь уже достаточно хорошо изучены не только элементарные представления, но в нескольких случаях и аналоги регулярных представлений, разложение которых в прямой интеграл по элементарным задается вероятностными мерами на бесконечномерных пространствах.

Дальнейшее изучение возникающих мер приводит к детерминантным точечным процессам, которые оказываются очень близки к моделям теории случайных матриц. В вероятностных моделях обоих типов прослеживается связь с уравнениями Пенлеве, а также с более общими интегрируемыми системами. В последние несколько лет (в работах Бородина, Горина, Ольшанского, и моих) в вероятностных моделях, идущих из теории представлений, стали вводиться марковские процессы, описывающие динамику на пространствах конфигураций. Их исследование проливает новый свет на связь теории представлений и теории случайных матриц.

Для каждой конкретной «большой» группы возникают свои вероятностные модели. Мои исследования касаются проективных представлений (морфизмов в проективную группу линейного пространства) бесконечной симметрической группы. Здесь появляются марковские процессы на конфигурациях с ранее не встречавшимися свойствами (пфаффианной структурой динамических корреляционных функций). Дальнейшее изучение этих процессов может привести к прогрессу в нерешенных задачах теории случайных матриц.

Я предполагаю вести работу по следующим направлениям, которые перечислены, начиная с самой ближайшей перспективы, и заканчивая более отдаленными планами:

1. Описание ситуаций, когда за пфаффианной структурой корреляционных функций точечных процессов на самом деле скрыта детерминантная структура.
2. Исследование разнообразных пределов и вырождений пфаффианной динамики.
3. Явное построение ортогональных базисов для генераторов марковских процессов на различных точечных ансамблях.
4. Описание корреляционных функций динамики на процессе Кокса, связанной с двухпараметрическими мерами Пуассона–Дирихле.
5. Построение обобщенных регулярных проективных представлений бесконечной симметрической группы.