26. Что в лоб, что по лбу

26.1. В таблице 57×91 расставлены числа. Может ли быть так, что сумма чисел в каждом столбце положительна, а в каждой строке — отрицательна?

26.2. В таблице $m \times n$ расставлены числа так, что сумма чисел в любой строке или столбце равна 57. Докажите, что $m = n$.

26.3. Может ли в таблице 4×4 сумма чисел в любой строке быть чётным числом, а в любом столбце — нечётным? Тот же вопрос для таблицы 3×5.

26.4. Может ли работа фирмы за любые пять подряд идущих месяцев быть прибыльной, а по итогам года — убыточной? Может ли такое положение продолжаться в течение 6 лет?

26.5. Кассир считает деньги так: сначала он считает все купюры независимо от их достоинства, потом считает еще раз купюры достоинством больше 1 рубля, затем прибавляет число купюр достоинством больше 2 рублей и так далее. Почему у него получается правильный ответ?

26.6. Все грани многогранника — треугольники, и их n штук. Сколько у него рёбер?

26.7. Для каждой вершины многогранника подсчитали, сколько граней в ней сходится, и полученные числа сложили. Доказать, что полученная сумма чётна.

26.8. При входе в библиотеку стоят две доски. На одной из них приходящие читатели записывают, сколько человек уже было в библиотеке, когда они пришли. На другой уходящие читатели записывают, сколько осталось человек, когда они ушли. Утром и вечером в библиотеке никого не было. Доказать, что за день на обеих досках были написаны одни и те же числа.

26.9. Клетки шахматной доски пронумерованы от 1 до 64 (в первой строке от 1 до 8 слева направо, во второй — от 9 до 16 и так далее). Как ни поставь на доску 8 ладей, не бьющих друг друга, сумма номеров клеток, на которых они стоят, будет одна и та же. Почему?