## 69. Симметричные фигуры

Прямая называется *осью симметрии* фигуры, если для любой точки фигуры симметричная ей точка также принадлежит фигуре. Аналогично определяется *центр симметрии*.

**69.1**. Какие четырёхугольники имеют ось симметрии? Какие четырёхугольники имеют центр симметрии?

**69.2**. Доказать, что если фигура имеет две перпендикулярные оси симметрии, то она имеет центр симметрии.

**69.3**. Доказать, что если фигура имеет две оси симметрии, пересекающиеся под углом $60^\circ$, то она имеет и третью ось симметрии.

**69.4**. Может ли ограниченная фигура (целиком находящаяся внутри некоторого круга) иметь два разных центра симметрии?

**69.5**. Если фигура имеет центр симметрии, то любая прямая, проходящая через него, делит фигуру на две равновеликие части. А если прямая не проходит через центр симметрии, то та из частей, которая содержит центр симметрии, имеет большую площадь (или такую же).

**69.6**. Фигура переходит в себя при повороте на $57^\circ$, Следует ли отсюда, что она переходит в себя при повороте на $60^\circ$? $40^\circ$?

**69.7**. Может ли 1997-угольник иметь центр симметрии?

* * *

**69.8**. Противоположные стороны выпуклого шестиугольника попарно равны и параллельны. Доказать, что этот шестиугольник имеет центр симметрии.

**69.9**. Существует ли (не обязательно ограниченная) фигура, имеющая ровно два центра симметрии?

**69.10**. Какое максимальное число осей симметрии может иметь семиугольник?

**69.11**. Доказать, что если фигура имеет конечное число осей симметрии, то все они пересекаются в одной точке, и углы между соседними равны.

**69.12**. Доказать, что фигура, имеющая три оси симметрии, не проходящие через одну точку, не может быть ограниченной.

---

Две последние дополнительные задачи (69.11 и 69.12), кажется, слишком трудные.