122. Неравенство треугольника

122.1. Стороны равнобедренного треугольника равны 3 и 7. Какая из сторон является основанием?

122.2. Может ли в треугольнике сторона быть вдвое больше другой стороны и вдвое меньше третьей?

122.3. В треугольнике две стороны равны 3,14 и 0,67. Найдите третью сторону, если известно, что ее длина равна целому числу.

122.4. На плоскости даны четыре точки A, B, C и D. Докажите, что $AD \leqslant AB + BC + CD$.

122.5. Докажите, что в треугольнике любая сторона меньше половины периметра.

122.6. Докажите, что в четырёхугольнике любая диагональ меньше половины периметра.

122.7. Две окружности радиусов 3 и 5 пересекаются. Докажите, что расстояние между их центрами (а) не больше 8; (б) не меньше 2.

122.8. Расстояние между центрами окружностей радиусов 2 и 3 равно 8. Найдите наименьшее и наибольшее из расстояний между точками, одна из которых лежит на первой окружности, а другая — на второй.

122.9. Четыре дома расположены в вершинах выпуклого четырёхугольника. Где нужно вырыть колодец, чтобы сумма расстояний от него до четырех домов была наименьшей?

122.10. Докажите, что медиана треугольника ABC, проведенная из вершины A, меньше полусуммы сторон AB и AC, но больше их полуразности.

122.11. Точка M расположена внутри треугольника ABC. Докажите, что угол AMC больше угла ABC.

122.12. Сторона AB треугольника ABC длиннее стороны AC, и на ней отложен отрезок AD, равный отрезку AC. Докажите, что угол при основании равнобедренного треугольника ACD настолько же больше угла B, насколько меньше угла C. (Заодно будет доказано, что угол C больше угла B, т.е. что против большей стороны треугольника лежит больший угол.)

122.13. Докажите, что против большего угла треугольника лежит большая сторона.

122.14. В треугольнике ABC сторона AB длиннее стороны BC. Медиана BM делит угол B на два угла. Какой из них больше?

122.15. В треугольнике ABC с тупым углом C точки M и N расположены соответственно на сторонах AC и BC. Докажите, что отрезок MN диннее отрезка AB.

122.16. Точка M расположена внутри треугольника ABC. Докажите, что $BM + CM < AB + AC$.

122.17. Докажите, что сумма расстояний от любой точки внутри треугольника до трех его вершин больше полупериметра, но меньше периметра треугольника.

122.18. Даны треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, причем $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, а угол BAC больше угла $B_1A_1C_1$. Докажите, что BC больше B_1C_1. (Увеличивая угол между двумя шарнирно соединёнными отрезками, мы увеличиваем расстояние между их концами.)

122.19. В стране есть несколько городов, причем все расстояния между ними попарно различны. В одно прекрасное утро из каждого города вылетает по одному самолету, который приземляется в ближайшем городе. Может ли в одном городе приземлиться более пяти самолетов?