11. Занятие 13 декабря 1995

11.1. Учительница задала на дом задачу: проверить, делится ли некоторое число на 2, 3 и 6. На следующем уроке Вова сказал: «Я забыл, какое число задали, и делил другое, два раза остатка не было, на третий был». Учительница сказала: «Ты ошибся». Почему она так сказала?

11.2. Делится ли на 7 сумма двух слагаемых, если (а) оба слагаемых делятся на 7; (б) ровно одно из них делится на 7? (в) ни одно из них не делится на 7?

11.3. У числа $100! = 1 \times 2 \times \cdots \times 99 \times 100$ посчитали сумму цифр, у суммы снова посчитали сумму цифр, и так поступали до тех пор, пока не получили число из одной цифры. Что это за число?

11.4. Целое число, большее 2, называется простым, если оно не разлагается в произведение двух меньших целых положительных чисел. Докажите, что число 999 991 — не простое.

11.5. Почему трамвайные провода идут не прямо, а зигзагом? Что плохого было бы, если пустить их ровно? (Указание. С троллейбусом этой проблемы нет.)

11.6. Можно ли расположить 6 длинных круглых карандашей так, чтобы каждый из них касался всех остальных?