13. Занятие 27 декабря 1995

13.1. Как расставить 5 бутылок по 6 подносам так, чтобы на каждом подносе было по одной бутылке?

13.2. Простое число — это число, которое не разлагается в произведение двух меньших целых чисел. (Например, 7 — простое число, а $10 = 2 \times 5$ — нет.) Докажите, что полусумма двух соседних нечётных простых чисел — составное число.

13.3. Известно, что $57 = 2^5 + 5^2$. Найдите аналогичное разложение числа 5757 (т.е. такие целые числа c и d, что $5757 = c^d + d^c$).

13.4. Продолжите последовательность: 4, 3, 3, 6, 4, 5, 4, 6, 6, 6, 11 ... .

13.5. Петя стоит на балконе 2-го этажа, а Вася — на балконе 5-го этажа того же дома. В некоторый момент они одновременно выкрикивают слово «раз». Оказалось, что Петя услышал васино слово немного раньше, чем Вася — петино. Почему?

13.6. Три черепахи участвовали в кроссе. Первая сказала: «Я пришла к финишу раньше второй.» Вторая сказала: «Я пришла к финишу раньше третьей.» Третья сказала: «Я пришла к финишу раньше первой.» Как такое может быть?

* * *

13.7. Почему парикмахер в Женеве охотнее побреет двух французов, чем одного немца?

13.8. Проделайте в тетрадном листе отверстие, в которое может пролезть человек.

13.9. Нарисуйте фигуру из 11 точек и нескольких отрезков между ними так, чтобы каждая точка была соединена ровно с двумя другими.

13.10. При всех целых x число $ax^2 + bx + c$ целое. Можно ли утверждать, что числа a, b, c — целые?