26. Собеседование 3 апреля 1996

Письменная работа (требуется ответ с кратким обоснованием)
Калькулятором пользоваться нельзя

Вариант 1

26.1. Какое число (одно и то же) надо прибавить к числителю и знаменателю дроби 11/41, чтобы она обратилась в 3/8?

26.2. (а) Найдите минимальное пятизначное число, делящееся на 123. (б) Сколько существует пятизначных чисел, делящихся на 123? (Пятизначные числа — это числа от 10 000 до 99 999.)

26.3. Автомат отрезает от помещённого в него прямоугольника квадрат со стороной, равной меньшей из сторон прямоугольника. Применяя несколько раз подряд этот автомат к имевшемуся у него прямоугольнику, Вася в конце концов разрезал его на 2 больших квадрата, 3 квадрата поменьше и 5 маленьких квадратов со стороной 1 см. Какой прямоугольник у него был?

26.4. Вычислите произведение, приведя подобные члены:

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)$$

26.5. В треугольнике ABC на стороне AB взята точка D, а на стороне BC взята точка E. При этом отрезок DE параллелен AB и равен по длине отрезку AD. Найдите угол EAB, если углы B и C треугольника равны соответственно $45°$ и $60°$.

26.6. Как замостить плоскость одинаковыми плитками (рис. 26.1)? Плитки нельзя переворачивать другой стороной. (Нарисуйте подробную схему укладки плиток.)

26.7. (а) Найдите положительное число (не обязательно целое), при делении которого на 10/21 и 4/15 в частном получаются целые числа. (б) Найдите *наименьшее* такое число.

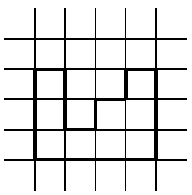

Рис. 1

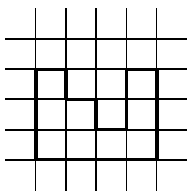

Рис. 2

Вариант 2

26.8. Какое число (одно и то же) надо прибавить к числителю и знаменателю дроби 36/91, чтобы она обратилась в 4/9?

26.9. (а) Найдите минимальное пятизначное число, делящееся на 213. (б) Сколько существует пятизначных чисел, делящихся на 213? (Пятизначные числа — это числа от 10 000 до 99 999.)

26.10. Автомат отрезает от помещённого в него прямоугольника квадрат со стороной, равной меньшей из сторон прямоугольника. Применяя несколько раз подряд этот автомат к

имевшемуся у него прямоугольнику, Вася в конце концов разрезал его на 3 больших квадрата, 2 квадрата поменьше и 6 маленьких квадратов со стороной 1 см. Какой прямоугольник у него был?

26.11. Вычислите произведение, приведя подобные члены:

$$(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7)(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5)$$

26.12. В треугольнике ABC на стороне AB взята точка D, а на стороне AC взята точка E. При этом отрезок DE параллелен BC и равен по длине отрезку EC. Найдите угол ABC, если углы BAC и BCD равны соответственно $55°$ и $25°$.

26.13. Как замостить плоскость одинаковыми плитками (рис. 26.2)? Плитки нельзя переворачивать другой стороной. (Нарисуйте подробную схему укладки плиток.)

26.14. (а) Найдите положительное число (не обязательно целое), при делении которого на $15/8$ и $21/10$ в частном получаются целые числа. (б) Найдите *наименьшее* такое число.