31. Собеседование 20 апреля 1996

31.1. Собака преследует зайца, который находится на расстоянии 40 своих прыжков впереди собаки. Собака делает 7 прыжков за то же время, что заяц — 9, но 3 прыжка собаки равносильны 5 прыжкам зайца. Сколько прыжков надо сделать собаке, чтобы догнать зайца?

31.2. Известно, что положительные числа x и y таковы, что $x^4 = 37$, $y^3 = 15$. Какое из чисел x и y больше и почему?

31.3. Вася тренируется на катке. Он положил три шайбы в вершины треугольника, а затем бьёт по одной из шайб так, чтобы она (двигаясь по прямой) прошла в ворота, образуемые двумя другими шайбами. Могут ли после 7 бросков все три шайбы оказаться в прежних местах? Могут ли они после 7 бросков оказаться в вершинах того же треугольника?

31.4. 4. Даны две бутылки с растворами разной концентрации. В одной бутылке $0,5$ литра, в другой $0,3$ литра. Два одинаковых стаканчика налили доверху (каждый из своей бутылки), после чего растворы влили обратно в бутылки, поменяв их местами. В результате в обеих бутылках получился раствор одинаковой концентрации. Найти объём стаканчиков.

31.5. Петя и Боря смотрят на большой кусок пчелиных сот. Соты состоят из шестиугольников, примыкающих друг к другу так, что в вершине сходятся три шестиугольника. Петя считает число шестиугольников, Боря — число вершин шестиугольников. У кого из них получится больше? Во сколько раз (примерно)? Почему?

* * *

31.6. По плоскости катают (без проскальзывания) кубик: вправо – вверх – влево – вниз – вправо – вверх – ... Вернётся ли он в исходное положение, и если да, то через сколько раз?

31.7. По кругу стоят 10 корзин. При каких n можно разложить n яблок по этим корзинам так, чтобы количества яблок в соседних корзинах отличались ровно на 1?