

Отчёт по гранту “Молодая математика России” за 2017 год

Гавриленко Павел

16 декабря 2017 г.

1 Полученные результаты

За второй год произошло некоторое развитие предыдущих идей, касающихся изомонодромных уравнений, и начата новая деятельность, связанная с разностными уравнениями.

В статье [2] более сложная конструкция общего решения уравнения Пенлеве VI приспособлена для решения уравнения Пенлеве III(D_8), или радиального уравнения синус-Гордона. В результате мы получили общее решение этого уравнения в виде детерминанта Фредгольма с матричным ядром, состоящим из функций Бесселя. Также мы показали, что разложение детерминанта по главным минорам воспроизводит известное разложение этого решения в ряд по статсуммам Некрасова в чистой калибровочной теории.

В статье [3] построены обобщения конструкции Замолодчикова для примарного поля с размерностью $1/16$ на случай W -алгебр В- и D-серий (в более ранней статье это же было сделано для А-серии). Такие поля называются твист-поля. Для построения таких полей мы реализуем W -алгебры через многокомпонентные фермионы, а сами поля строим как операторы, создающие нетривиальную монодромию для фермионов: в нашей конструкции эта монодромия лежит в нормализаторе алгебры Картана.

Получена формула для точного конформного блока твист-полей в серии D. Также дана конструкция твист-полей через твистованные свободные бозоны. С помощью этой конструкции и независимыми способами мы вычислили характеры модулей, построенных над твист-полями, и в некоторых случаях разложили их по модулям Верма. Оказалось, что одно и то же твист-поле может иметь несколько разных описаний, соответствующих сопряжённым монодромиям. Изоморфизм этих описаний приводит к некоторым тождествам на характеры, т.е., на тэта-функции, соответствующие решёткам корней А, В и D.

В статье [1] построено описание дискретных потоков всех q -разностных уравнений Пенлеве, кроме двух, в терминах мутаций колчанов, соответствующих многоугольникам Ньютона с одной внутренней точкой. В этом подходе уравнения Пенлеве являются деавтономизациями дискретных потоков в кластерных интегрируемых системах. В частности, уравнение Пенлеве $A_7^{(1)'}$ получается как деавтономизация дискретного потока в двухчастичной релятивистской цепочке Тоды.

Также, используя квантование кластерных многообразий, мы проквантовали уравнение Пенлеве $A_7^{(1)'}$, после чего написали его общее решение в виде некоммутативного преобразования Фурье от q -деформированного конформного блока с произвольным центральным зарядом. Таким образом мы выяснили, что обобщение соответствия между изомонодромными деформациями и конформной теорией поля на произвольный центральный заряд должно включать в себя некоммутативную деформацию.

2 Опубликованные работы

1. (препринт) М. Bershtein, P. Gavrylenko, A. Marshakov, *Cluster integrable systems, q -Painleve equations and their quantization*, [math-ph/1711.02063]
2. P. Gavrylenko, O. Lisovyy, *Pure $SU(2)$ gauge theory partition function and generalized Bessel kernel*, [math-ph/1705.01869], принято к печати в Proceedings of Symposia in Pure Mathematics.
3. (препринт) М. Bershtein, P. Gavrylenko, A. Marshakov, *Twist-field representations of W -algebras, exact conformal blocks and character identities*, [hep-th/1705.00957]

3 Доклады на семинарах и конференциях

1. *Cluster varieties, integrable systems and q -Painleve equations III*, Topological Field Theories, String theory and Matrix Models (Moscow, 25-31 August 2017), <http://wwwth.itep.ru/mathphys/conf/moscow-2017/>
2. *General Painlevé VI tau-function as Fredholm determinant*, Integrable Models in Statistical Mechanics, Limit Shapes and Combinatorics, (St. Petersburg, 7-11 August 2017), <http://www.pdmi.ras.ru/EIMI/2017/IMSM/>
3. *Isomonodromic deformations, twist fields and character identities for W -algebras*, Classical and Quantum Integrable Systems (Dubna, 24-29 July 2017), <https://sites.google.com/view/cqis2017>

4 Научные поездки

С 7 по 15 мая и с 26 октября по 1 ноября вместе с Николаем Иорговым ездил в Университет Тура к Олегу Лисовому обсуждать обобщение детерминантов Фредгольма на случай задачи Римана-Гильберта с произвольными прыжками на нескольких окружностях, а также монодромии конформных блоков W -алгебры. С 15 по 24 мая участвовал в совместной московско-амстердамской школе по математической физике в Институте Кортвега-де Фриза в Университете Амстердама.

5 Другая деятельность

Занимаюсь организацией студенческого семинара с Сколтехе.