

Отчёт Прасолова М. В. за 2017 год по гранту конкурса
«Молодая математика России»

1 Полученные результаты

В 2017 году закончена совместная работа с И. А. Дынниковым над статьёй [1], препринт помещён на arXiv.org. Объём статьи (более 100 страниц) превысил наши ожидания, поэтому мы работали в основном над доказательством результатов, которые уже были сформулированы в прошлогоднем отчёте. Кратко переизлагаю полученные результаты.

Мы развиваем комбинаторный подход для описания поверхностей, вложенных в трёхмерную сферу. Комбинаторным объектом является специальный набор прямоугольников на двумерном торе, который называется прямоугольной диаграммой поверхности. Для каждой прямоугольной диаграммы зафиксирована её реализация в трёхмерной сфере — вложенная поверхность, край которой билежандров, то есть лежандров относительно двух контактных структур — стандартной и её зеркального образа. Ранее мы показали, что в классе изотопии любой поверхности с (возможно, пустым) фиксированным билежандровым краем найдётся поверхность, представленная прямоугольной диаграммой. В статье [1] мы вводим небольшой набор движений, позволяющий переходить от одной прямоугольной диаграммы поверхности к любой другой диаграмме, которая представляет поверхность из того же класса изотопии.

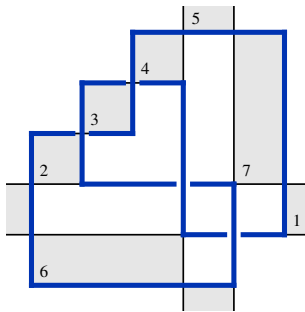


Рис. 1: Прямоугольная диаграмма поверхности рода 2, состоящая из 7 прямоугольников, и прямоугольная диаграмма её края, который заузлен восьмёркой, обозначена синим

Наш подход также позволяет изучать как выпуклые поверхности в смысле Жиру относительно стандартной контактной структуры, так и выпуклые поверхности относительно её зеркального образа. Поверхность, представленная прямоугольной диаграммой, выпукла относительно обеих контактных структур. Ранее мы показали, что в любом классе изотопии выпуклых поверхностей с (возможно, пустым) фиксированным билежандровым краем найдётся поверхность, представленная прямоугольной диаграммой. В статье [1] мы разбиваем движения прямоугольных диаграмм на два

типа, причём движений первого типа достаточно, чтобы соединить любые две прямоугольные диаграммы, представляющие поверхности из одного класса выпуклых поверхностей относительно стандартной контактной структуры. Аналогичное утверждение доказано для движений второго типа и поверхностей, выпуклых относительно зеркальной контактной структуры.

Основной технический результат работы [1] состоит в том, что если две поверхности с общим билежандровым краем изотопны друг другу при фиксированном крае, причём первая поверхность выпукла относительно стандартной контактной структуры, а вторая – относительно зеркальной контактной структуры, то найдётся поверхность, представленная прямоугольной диаграммой, изотопная каждой исходной поверхности в соответствующем классе выпуклости, при этом край новой поверхности может отличаться от края исходных рокировками.

Это даёт новый способ различать лежандровы узлы. Для двух лежандровых представителей узла b_2 мы доказываем, что они различны, хотя известные их алгебраические инвариаты совпадают. Узел b_2 – это узел на минимальном числе пересечений, для двух некоторых лежандровых представителей которого ранее никто не мог установить, различны ли они. Следующий такой узел – это 7_6 . Наш метод работает и в этом случае. В статью [1] вошёл только узел b_2 .

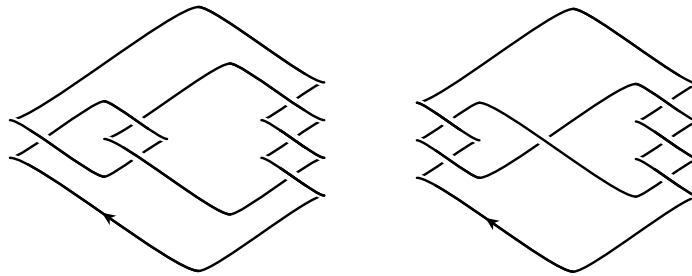


Рис. 2: Фронтальные проекции двух различных лежандровых представителей узла b_2

2 Публикации

Список литературы

- [1] I. Dynnikov, M. Prasolov. Rectangular diagrams of surfaces: distinguishing Legendrian knots, arXiv:1712.06366.

3 Доклады

- Conference «Knots in Washington», Mirror diagrams and Legendrian equivalence, april.

- Семинар «Римановы поверхности, алгебры Ли и математическая физика», НМУ, Зеркальные диаграммы и контактные структуры в дополнении к узлам, ноябрь.

4 Педагогическая деятельность

4.1 Весенний семестр

Семинары, механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова:

- классическая дифференциальная геометрия, 2 курс;

4.2 Осенний семестр

Семинары, механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова:

- аналитическая геометрия, 1 курс;
- введение в топологию, 2 курс;
- дифференциальная геометрия и топология, 3 курс.

5 Семинары

Постоянный участник семинара «Теория узлов и маломерная топология» на механико-математическом факультете МГУ им. Ломоносова.