

ПРОГРАММА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ

А. Р. Сафин¹

Аннотация

С давних времён людей интересовал вопрос, как строить различные фигуры при помощи циркуля и линейки. Особенно интересны в этом плане были правильные многоугольники.

Я написал компьютерную программу в пакете *Mathematica*, с помощью которой можно построить все построимые правильные многоугольники. По теореме Гаусса-Ванцеля (всюду далее m — натуральное число, $p_1, p_2, p_3, \dots, p_l$ — различные простые числа Ферма, то есть числа вида $2^m + 1$ и q — целое неотрицательное число) число вершин в них имеет вид $2^q p_1 p_2 p_3 \dots p_l$.

Для построения правильного $2^q p_1 p_2 p_3 \dots p_l$ -угольника достаточно уметь строить правильные $p_1, p_2, p_3, \dots, p_l$ -угольники. Очевидно, что для построения правильного p -угольника достаточно построить отрезок длиной $\cos \frac{2\pi}{p}$. А для этого нужно, чтобы $\cos \frac{2\pi}{p}$ был квадратичной иррациональностью, то есть выражался через натуральные числа при помощи арифметических операций и квадратных корней из неотрицательных чисел. Эти факты доказаны в приложении ???. Моя программа выражает $\cos \frac{2\pi}{p}$ в радикалах.

Иоганн Густав Гермес **более 10 лет** разрабатывал способ построения правильного 65 537-угольника и описал его в рукописи размером более 200 страниц, которая хранится в библиотеке Гёттингенского университета ([?]). Моя программа находит соответствующее построение **около минуты**.

Идея о программе и основные принципы её работы взяты из [?]. При написании программы я столкнулся с проблемами (они приводятся в параграфе ??), которые успешно решил вместе с научными руководителями. Программу и настоящий текст я написал сам.

Благодарим М. А. Малахальцева за полезные обсуждения.

¹safinaskar@mail.ru. 11А класс. Лицей им. Н. И. Лобачевского при Казанском государственном университете. Научные руководители: Скопенков А. Б., МГУ; к. ф.-м. н., доцент КГТУ Бронштейн М. Д.; к. ф.-м. н., доцент КГУ Лернер Э. Ю.