**Примеры и контрпримеры в стереометрии.**

1.Существует ли многогранник, у которого нечетное число граней, и каждая грань имеет нечетное число ребер?

2. а) Существует ли 4х-угольная пирамида, такая, что две еёпротивоположные боковые грани перпендикулярны основанию?

б) Существует ли пирамида, такая, что три её боковые грани перпендикулярны основанию?

3.Существует ли в пространстве замкнутая самопересекающаяся ломаная, которая пересекает каждое свое звено ровно один раз, причём в его середине?

4. АM – перпендикуляр к плоскости ABC. Верно ли, что уголBACбольше угла BMC?

5. Верно ли, что любой трехгранный угол можно рассечь плоскостью так, что сечение – правильный треугольник?

6. Верно ли, что любой выпуклый четырехгранный угол можно рассечь плоскостью так,что получится параллелограмм?

7. Можно ли разрезать правильную треугольную призму на две равные пирамиды?

8. а) Придумайте многогранник, у которого нет трех граней с одинаковым числом сторон.

б) Докажите, что у любого выпуклого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом сторон.

9. Существует ли выпуклый многогранник, у которого есть диагонали и каждая диагональ меньше любого ребра?

10.Конструктор состоит из набора прямоугольных параллелепипедов. Все их можно поместить в одну коробку, также имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. В бракованном наборе одно из измерений каждого параллелепипеда оказалось меньше стандартного. Всегда ли у коробки, в которую укладывается набор, тоже можно уменьшить одно из измерений (параллелепипеды укладываются в коробку так, что их ребра параллельны ребрам коробки)?

11. Дана коробка (прямоугольный параллелепипед), по поверхности (но не внутри) которой ползает муравей. Изначально муравей сидит в углу. Верно ли, что среди всех точек поверхности на наибольшем расстоянии от муравья находится противоположный угол? (Расстоянием между двумя точками считаем длину соединяющего их кратчайшего пути *по поверхности параллелепипеда*.)

12.В набор "Юный геометр" входит несколько плоских граней, из которых можно собрать выпуклый многогранник. Юный геометр Саша разделил эти грани на две кучки. Могло ли случиться, что из граней каждой кучки тоже можно собрать выпуклый многогранник?   
(И в начале, и в конце каждая из граней набора должна являться гранью многогранника.)

13.Можно ли так выбрать шар, треугольную пирамиду и плоскость, чтобы всякая плоскость, параллельная выбранной, пересекала шар и пирамиду по фигурам равной площади?

14.От балки в форме треугольной призмы с двух сторон отпилили (плоской пилой) по куску. Спилы не задели ни оснований, ни друг друга.

а) Могут ли спилы быть подобными, но не равными треугольниками?

б) Могут ли спилы быть неравными правильными треугольниками?

15.Все грани шестигранника – четырёхугольники, а в каждой его вершине сходятся по три ребра. Верно ли, что если для него существуют вписанная и описанная сферы, центры которых совпадают, то этот шестигранник – куб?

16.Многогранник вписан в сферу. Может ли оказаться, что этот многогранник невыпуклый? (Многогранник вписан в сферу, если все концы его рёбер лежат на сфере.)

17. В куб с ребром 1 поместили 8 непересекающихся шаров (возможно, разного размера). Может ли сумма диаметров этих шаров быть больше 4?

18. Космический аппарат сел на астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат прополз по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Всё это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там построили точную трехмерную модель траектории аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ползал аппарат?

19. Верно ли, что у любой треугольной пирамиды хотя бы одна высота пересекает противоположную грань в ее внутренней точке?

20. Треугольная пирамида А находится внутри треугольной пирамиды В. Верно ли, что

сумма длин ребер пирамиды А меньше суммы длин ребер пирамиды В?

21. Можно ли расположить в пространстве 13 равных непересекающихся шаров так, чтобы 12 из них касались одного?