

Исследовательские задачи для начинающих

Введение

Аннотация: Исследовательские задачи в школах почти не используются. А между тем они очень полезны и их можно решать с обычными школьниками. В книжке будет показано, как это делать. Она адресована учителю и руководителю кружка, который хочет заниматься исследовательскими задачами с учениками.

В последнее время выходит немало хороших материалов, посвящённых научно-исследовательской работе школьников на высоком уровне. Между тем аналогичных материалов для начинающих почти нет. Однако такие материалы не менее важны, ведь:

- Количество потенциальных участников исследовательских работ начального уровня в десятки раз больше, чем «продвинутого» (как в школьной олимпиаде в сравнении с региональной).
- Когда сильный ученик решает сложную задачу (даже и не исследовательскую), ему волей-неволей приходится выдвигать гипотезы, ставить вспомогательные задачи и т.д. А вот обычный ученик, решающий задачи из учебника, может успешно пройти весь курс школьной математики («решать примеры») и нигде не столкнуться с математическим открытием. Его шанс – школьный кружок... и школьная исследовательская работа.
- У пирамиды должно быть надёжное основание: ученик легче включается в решение сложных исследовательских задач, если имеет опыт решения простых.

Мы считаем, что содержательная исследовательская работа по математике на простом уровне *возможна и полезна*. Таким работам и посвящена эта книжка.

Что такое исследовательские задачи

Выделим два подхода к обучению. При одном – назовем его *традиционным* – ученик изучает новую теорию, решает задачу, получает оценку и ждёт от учителя новой задачи. Предполагается, что у задачи есть единственный правильный ответ и учитель его знает. При другом подходе – назовём его *исследовательским* – ученик сам ставит вопросы и ищет на них ответы, выдвигает гипотезы, доказывает и опровергает их. Всякий полученный ответ может стать основанием для новых вопросов. Результат может быть не известен учителю заранее. Можно сказать, что *ученик попадает в новый математический мир и учится жить в нём*.

Три мнения об исследовательских задачах:

«Они доступны только старшеклассникам».

«Они нужны только сильным школьникам».

«Учёба отдельно, исследования отдельно».

Мы считаем, что всё это не так. Чтобы начинать решать такие задачи, не надо ждать старших классов, уже материал начальной школы позволяет вводить элементы исследования (см. [К5]). Полезно начинать с самого простого, с вещей, доступных несильным ученикам. Далее, хорошее обучение должно дать понятие о методах, характерных для изучаемой науки. При работе с исследовательскими задачами ученикам неизбежно приходится иметь дело с методами науки математики, поэтому исследовательские задачи могут стать органической частью обучения математике.

Психология. При смене традиционного подхода на исследовательский сильно меняется не только роль ученика, но и роль учителя. Если при традиционном подходе учитель даёт образцы, тренирует, контролирует и оценивает, то при новом – консультирует ученика, делится своими соображениями и идеями (но не навязывает их), помогает ясно изложить результаты – в общем, из тренера превращается в старшего коллегу. Такую смену установки произвести довольно трудно, но это полезно и для учителя, и для ученика.

Профориентация. Школьный курс математики даёт слабое представление о методах исследования математики как науки. У обычного ребёнка складывается впечатление, что в математике всё открыто, и новые открытия (во всяком случае, на школьном уровне) невозможны. Работая над исследовательской задачей, ученик получает некоторое представление о реальной работе математика. Результаты бывают неожиданные. Часто девочка-отличница, которая прекрасно работает на уроке, не справляется с такой задачей и осознаёт, что математика – это «не её», и на мехмат идти не стоит. Небыстрый, но вдумчивый ученик удачно продвигается в исследовании и от этого становится успешнее на уроках. Сильный лентяй, считавший, что математика – это скучный набор рецептов, может понять, что это живая растущая область науки, и загореться интересом к ней.

Хорошие задачи для исследования. Итак, ученик попадает в новый незнакомый мир. Он привык, что раньше учитель знакомил его с основными законами этого мира, а здесь он должен открыть их сам. Но оставлять его совсем без ориентиров нельзя. Поэтому *хорошая задача для начинающих* – та, в которой есть *естественный параметр*, по которому можно двигаться в исследовании, т.е. легко выделяемая последовательность частных случаев, так что в каждый момент ученик сам понимает, что можно делать дальше. И совсем хороша та задача, где и к идее доказательства можно прийти, последовательно двигаясь по этому параметру. *Хорошая задача для опытных исследователей* – та, в которой есть *большой простор для продвижений*, уточнений, вспомогательных задач, обобщений, а при доказательстве используются *разнообразные методы*. Здорово, если в этой задаче находятся нетрудные «подзадачи» – ребёнку тяжело долго не получать никакого результата. Отлично, если задача развивает научный вкус и имеет в перспективе выходы на идеи и методы «большой» математики.

Отметим, что всякую содержательную олимпиадную задачу можно рассматривать как «кусочек», вырезанный из какой-то исследовательской темы (часто для её решения достаточно восстановить контекст). И наоборот, многие из тем этой книжки «сделаны» из известных кружковых и олимпиадных задач. Новизна здесь не в задаче, а в подходе к работе школьника: не «решил-не решил», а «какую часть нового математического мира освоил». По сути, задача здесь рассматривается как «зацепка» для введения в тему исследования.

О новизне работ. Мы считаем, что никакой *объективной* новизны от работы школьника не требуется. Результат должен быть *субъективно* новым – школьник открывает то, чего не знал. Конечно, сильный школьник при хорошем руководителе и удачно поставленной задаче иногда может получить объективно новый результат, и это здорово. Но это несколько не умаляет работу тех, кто не достиг таких успехов. Цель исследовательской работы мы видим не в том, чтобы получить чемпионский результат, а в том, чтобы *делать математические открытия на уровне, доступном ученику*. Более-менее содержательные субъективные открытия доступны почти всем.

Время. Школьники привыкли, что над упражнением надо думать одну-две минуты, над задачей – пять-десять минут. Над сложной олимпиадной задачей – от силы час. Однако в математике есть вопросы, требующие долгого размышления, «вживания». Нужно исследовать «окрестности» своей задачи. Сначала найти длинный окольный путь к цели. Потом постепенно спрямлять его. Если ученику сразу покажут короткий

путь, он сможет пройти им, но толку будет мало – важно узнать окрестности, найти новые интересные места, научиться ходить по бездорожью. Всё это требует значительного времени – вновь открытое должно отложиться в голове, встроиться в имеющийся опыт. Гаусс писал, что над сложными задачами теории чисел он думал по 15 минут каждый день – и достигал замечательных результатов.

Содержание брошюры

В брошюре систематизированы видение и опыт решения исследовательских задач со школьниками:

- в московской школе-интернате «Интеллектуал» и Летней школе интенсивного обучения при ней под руководством Д.Э. Шноля, к.ф.-м.н. А.И. Сгибнева и Н.М. Нетрусовой,
- в Красноярской летней школе (так называемые проекты по математике, проводившиеся под руководством к.ф.-м.н. М.А. Ройтберга),
- в Клубе экспериментальной математики под руководством д.ф.-м.н. проф. Г.Б. Шабата.

Брошюра состоит из следующих частей:

1. Технология проведения исследовательских работ.

Эта часть, в свою очередь, разбита на три раздела.

Первый рассказывает о том, как можно вводить элементы исследования на уроке.

Второй – о коллективной работе над задачами в аудитории.

Третий – об индивидуальной работе в свободное время с консультациями учителя.

(Второй и третий разделы являются переработками отдельных статей. Нам не хотелось нарушать авторский стиль, поэтому в них есть введения, отчасти пересекающиеся с уже сказанным. Пусть это не смущает читателя.)

2. Подборка исследовательских задач – около 50 задач, разбитых на 5 разделов. Почти все эти задачи успешно исследовались учениками. Для решения большинства задач не требуются знания, выходящие за рамки школьной программы. Для удобства учителя задачи снабжены комментариями и рубрикаторм.

3. Работы школьников. Примеры работ школьников разных возрастов, написанные в разных жанрах (краткий отчёт – подробное изложение, законченные работы – незаконченные, простая задача – сложная). Мы намеренно не стали сильно редактировать тексты, чтобы не нарушить живой детский стиль.

4. Истории. Чтобы передать дух и атмосферу работы над исследовательскими задачами, мы решили привести несколько ярких историй, рассказанных учителями.

5. Источники. Аннотированный перечень журналов, книг, интернет-ресурсов, статей, которые содержат исследовательские задачи.

Предлагаемые материалы также обсуждались (и отчасти создавались) на Семинаре учебно-исследовательских работ школьников при Московском центре непрерывного математического образования [С1], на курсах повышения квалификации для учителей математики при Московском институте открытого образования и др.

Благодарности

Автор благодарен своим учителям и соавторам Г.Б. Шабату, М.А. Ройтбергу и Д.Э. Шнолю, а также В.М. Бусеву, А.С. Воронцову, Н.М. Нетрусовой, Д.М. Новицкому и всем участникам семинара [С1].

Буду признателен за отзывы, замечания, новые задачи. Электронный адрес: sgibnev@mcsme.ru.