

Что такое исследовательская работа школьника по математике?

к.ф.-м.н. Сгибнев А.И.

В последнее время возрос интерес к исследовательским работам школьников (“проектам”). Во многих школах есть “завучи по науке”, отвечающие за научные открытия школьников. К сожалению, иногда такие открытия пытаются делать даже там, где не могут выучить разность квадратов. Это — следствие заблуждения о том, что исследовательская работа школьника непременно должна быть научной работой. В этой краткой заметке я попробую объяснить, что считаю исследовательской работой школьника по математике, и приведу несколько удачных примеров. См. также [Sg, NIR].

Содержанием математического исследования школьника может стать самостоятельное решение трудной (для него) большой задачи или связанной серии задач. В идеальном случае такие задачи возникают на уроке или кружке как естественное продолжение изученного углублённого материала. Такой областью часто бывает элементарная геометрия (например, [A1, Be, I1, I2, D, N]) или комбинаторика (в широком смысле, т.е. включая теоретическое программирование и комбинаторную геометрию, например, [Ok, R1, R2, Sa]). Такой областью могут быть и элементарные отделы алгебры, анализа, теории чисел или топологии [Bo, R1, R2, Sa, To]. Тема может быть как близка к школьной программе, так и возникнуть в совсем новой для ученика области (но интересной и посильной для него!). Найти тему, далёкую от школьной программы, может скорее математик-исследователь, чем школьный учитель.

Исследовательской работой также можно считать решение серии “околошкольных” коротких задач, объединённых общим методом. Наконец, возможно построение математической модели изучаемого объекта (например, вероятностной).

Во всех этих случаях возможно, что исследовательская работа школьника станет научной (см. подробнее [Sk]). Однако, как правило, стремление получить научный результат (а тем более — награду за него) не должно быть самоцелью.

Очень важно, чтобы школьник понимал контекст своей задачи, её “окрестности”, мотивировки и связи с известной ему математикой. Очень важно, чтобы был текст доказательства был написан и проверен вместе с руководителем и соучениками, а также путем выступлений на кружках и семинарах. (К проверке доказательств в работах, претендующих на научную новизну, требования еще более высокие, см., например, [Sk].)

Как следствие, текст работы желательно построить так.¹ Во введении нужно дать мотивировку и постановку задачи, её место в контексте. Сразу после этого (или даже до мотивировки) нужно чётко сформулировать основные результаты, включая необходимые для формулировок определения и обозначения (определения и обозначения, необходимые только для доказательств, нужно привести далее). Очень важно отделять собственные результаты школьника от полученных кем-то ранее. Нужно выделять формулировки утверждений, начала и концы доказательств. Желательно (хотя это непросто) перед сложным доказательством неформально объяснить его идею. Если используются понятия и результаты, не являющиеся общеизвестными, стоит напомнить их читателю или привести ссылки. Если работа представляется на конференции школьников, то автор должен быть готов дать все необходимые определения и формулировки, не входящие в школьную программу.

Предупредим о некоторых опасностях, связанных с исследовательскими задачами.

Новизна и известность задачи должны соответствовать уровню притязаний. На кружке уместно (и полезно) “переоткрыть” теорему Эйлера о многогранниках. На всероссийскую конференцию не стоит выносить задачу, решение которой изложено в доступной популярной литературе (“Квант”, библиотека “Математическое просвещение” и т.д.). Понятно, что

¹Именно так можно понимать обычно формулируемые рекомендации представить “цели и задачи, гипотезы и методы исследования”.

есть много промежуточных случаев, и дать чёткие критерии на все сразу невозможно. По каждому случаю важно мнение специалиста.

Простое применение стандартного математического аппарата к изучаемому объекту (например, биологическому, литературному) ещё не делает работу работой *по математике*. Поэтому нужно аккуратно выбирать секцию для подачи работы в соответствии с основным достижением.

Автор благодарен А.Б. Скопенкову за интерес к заметке и её обсуждение.

[Al] Алексеева Евгения, Гиперболические треугольники максимальной площади с двумя заданными сторонами, Мат. Просвещение, 14 (2010), <http://arxiv.org/abs/0911.5319>, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/aleksrus.pdf>. См. также: Теорема Е.И.Алексеевой в редакции рецензента, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/bugaen.pdf>

[Be] Белова Дарья, Теорема Принцессы Елизаветы и некоторые следствия из этой теоремы, Готовится к публикации в: Полином, 2 (2010), <http://mathedu.ru/e-journal>

[Bo] Болбачан Василий, Короткое элементарное доказательство формулы Гийера-Сондова, представлено к публикации, <http://arxiv.org/abs/0910.4048>

[D] Долгирев Павел, О конкурентности некоторых чевиан треугольника <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/dolgirev.doc>

[I1] Ивлев Фёдор, Центры тяжести многоугольников, <http://www.mccme.ru/mmks/dec08/Ivlev.doc>

[I2] Ивлев Федор, Еще несколько прямых, проходящих через точку Фейербаха, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/ivlev.pdf>

[M] Мокин Василий, Пересечение конусов, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/mokin.doc>

[NIR] <http://www.mccme.ru/nir/>

[N] Фёдор Нилов, Параболические многоугольники, Мат. Просвещение, 12 (2008), <http://arxiv.org/abs/0803.0072>

[Ok] Алексей Окунев, Прямые на проективной плоскости, <http://www.mccme.ru/mmks/mar08/Okunev.pdf>

[R1] Рухович Алексей, Степенные последовательности для графов без петель, <http://www.mccme.ru/mmks/dec08/Rukhovich.pdf>

[R2] Рухович Алексей, Степенные последовательности ориентированных графов, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/ruhovich.pdf>

[Sa] Сафин Аскар, Программа для построения правильных многоугольников циркулем и линейкой, <http://www.mccme.ru/mmks/dec08/Safin.pdf>

[Sg] Сгибнев А.И., Исследовательские задачи для начинающих, М., МЦНМО, в печати.

[Sk] А. Скопенков, Размышления об исследовательских задачах для школьников, Мат. Просвещение, 12 (2008), 23–32 www.mccme.ru/circles/oim/issl.pdf

[To] Торопкин Артём Разложение $\sin n\alpha$ в произведение, <http://www.mccme.ru/mmks/dec09/toropkin.doc>

[V] Андрей Войнов, О подобных сечениях выпуклых тел, <http://www.mccme.ru/mmks/mar08/Voynov.pdf>