9 "В", геометрия, 1 апреля, самостоятельная работа.

1) В окружности проведена хорда AB. Две окружности касаются этой хорды, касаются изнутри данной окружности, а также касаются друг друга в точке C. В этой точке к окружностям проведена общая касательная.

а) Докажите, что все такие касательные проходят через одну точку.

б) Докажите, что эта точка — середина одной из дуг, на которые данная хорда делит окружность.

2) Две окружности, ω_1 и ω_2 изнутри касаются окружности ω_3 в точках B_1 и B_2 и внешне друг друга в точке C. Пусть A — точка пересечения общих внешних касательных к ω_1 и ω_2.

а) Докажите, что A, B_1 и B_2 лежат на одной прямой.

б) Докажите, что длина касательной к ω_3 из точки A равна AC.

в) Докажите, что описанная окружность треугольника B_1B_2C касается AC.

9 "В", геометрия, 1 апреля, домашнее задание.

Известна теорема Мигеля о шести окружностях: если четыре окружности пересекаются друг с другом "по цепочке" (каждая — в двух точках с двумя соседними) и четыре точки — по одной из каждой пары точек пересечения — лежат на одной окружности, то и четыре остальных точки лежат на одной окружности. Инверсией относительно одной из таких точек преобразуйте задачу к другой. Дайте независимое доказательство получившегося факта.