

Подобные треугольники**I Еще раз о бабочке и бантике**

1. Докажите с помощью подобия: а) свойство средней линии треугольника; б) теорему о том, что точке пересечения медиан треугольника.

II Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит треугольник на два треугольника, подобных исходному.

2. Докажите с помощью подобия соотношения в прямоугольном треугольнике:

а) $h^2 = a_c b_c$; б) $a^2 = c a_c$; в) теорему Пифагора.

III Пусть AA_1 и BB_1 – высоты остроугольного треугольника ABC . Тогда:

1) *треугольник AA_1C подобен треугольнику BB_1C ;*

2) *треугольник A_1B_1C подобен треугольнику ABC с коэффициентом $\cos \angle C$.*

3. Докажите, что высоты остроугольного треугольника делят углы его ортотреугольника пополам.

4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Найдите B_1C_1 , если $\angle A = 60^\circ$, $BC = 6$.

5. Из вершины C остроугольного треугольника ABC опущена высота CH , а из точки H опущены перпендикуляры HM и HN на стороны BC и AC соответственно. Докажите, что треугольники MNC и ABC подобны.

* * *

6. Точка M лежит на боковой стороне AC равнобедренного треугольника ABC с основанием BC , причем $BM = BC$. Найдите MC , если $BC = 1$, $AB = 2$.

7. Диагональ AC трапеции $ABCD$ делит её на два подобных треугольника. Докажите, что $AC^2 = ab$, где a и b — основания трапеции.

8. В равнобедренный треугольник вписана окружность. Точки касания делят каждую боковую сторону на отрезки длиной m и n , считая от вершины. К окружности проведены три касательные, параллельные каждой из сторон треугольника. Найдите длины отрезков касательных, заключенных между сторонами треугольника.

Задача на 5

9. Через произвольную точку P стороны AC треугольника ABC параллельно его медианам AK и CL проведены прямые, пересекающие стороны BC и AB в точках E и F соответственно. Докажите, что медианы AK и CL делят отрезок EF на три равные части.

Домашнее задание

10. В треугольнике ABC проведена прямая BD так, что $\angle ABD = \angle BCA$. Найдите отрезки AD и DC , если $AB = 2$ и $AC = 4$.

11. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 18$. Точка M расположена на диагонали AC , причём $AM : MC = 1 : 2$. Прямая, проходящая через точку M параллельно основаниям трапеции, пересекает диагональ BD в точке N . Найдите MN .

12. Пусть M и N – проекции вершины A параллелограмма $ABCD$ на прямые BC и CD соответственно. а) Докажите, что треугольник MAN подобен треугольнику ABC . б) Найдите MN , если $AC = d$, $\angle BAD = \alpha < 90^\circ$.

13. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что:

а) касательная в точке A к описанной окружности параллельна прямой B_1C_1 .

б) $B_1C_1 \perp OA$, где O — центр описанной окружности.

в) $S_{ABC} = qR$, где R – радиус описанной окружности треугольника ABC , а q – полупериметр его ортотреугольника $A_1B_1C_1$.