

Зачёт №5. Программа.

- 1) **Парабола.** Парабола. Фокус и директриса параболы. Внешность и внутренность параболы. Ось, вершина и хорда параболы. Первый способ построения параболы.
- 2) **Касательная к парболе.** Второй способ построения параболы. Касательная к парболе, доказательство единственности.
- 3) **Оптическое свойство параболы.** Оптическое свойство параболы. Построение касательных к парболе из данной точки.
- 4) **Свойство хорд.** Если AB и CD — две параллельные хорды параболы, M и N — их середины, то MN перпендикулярно директрисе параболы.
- 5) **Построение.** Дана парабола. Постройте её ось, фокус и директрису.
- 6) **Непрерывность прямой.** Непрерывность действительной прямой. Аксиома непрерывности, принцип Архимеда и принцип вложенных отрезков, существование точной грани, их эквивалентность.
- 7) **Открытые и замкнутые множества.** Две классификации точек действительной прямой. Открытые и замкнутые множества. Единственные открытозамкнутые множества на прямой — пустое множество и вся прямая. Теорема об объединении и конечном пересечении системы открытых множеств.
- 8) **Классификация открытых множеств.** Между любыми двумя различными действительными числами есть рациональное число. Любое открытое множество есть не более чем счётное объединение интервалов.
- 9) **Канторово множество.** Канторово множество. Определение, основные свойства: канторово множество замкнуто, несчётно и нигде не плотно.
- 10) **Линейность.** Линейные отображения последовательностей. Арифметические операции над линейными отображениями. Дистрибутивность умножения. Примеры линейных отображений: тождественное отображение, производная последовательности и левый сдвиг. Связь тождественного отображения, производной и левого сдвига.
- 11) **Многочлен левого сдвига.** Многочлен левого сдвига. Линейное рекуррентное соотношение, аннулирующий многочлен. Примеры аннулирующих многочленов для чисел Фибоначчи и арифметической прогрессии. Как, зная остаток от деления x^n на аннулирующий многочлен, получить явную формулу n -го члена последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением? Поиск остатка от деления x^n на произвольный многочлен $P(x)$: случай, когда $P(x)$ не имеет кратных корней.
- 12) **Случай кратных корней.** Поиск остатка от деления x^n на произвольный многочлен $P(x)$: случай, когда $P(x)$ имеет кратные корни.
- 13) **Степенные ряды.** Формальный степенной ряд. Арифметические операции над рядами. Формула «суммы бесконечной геометрической прогрессии». Композиция рядов.
- 14) **Разложение дробей.** Теорема о разложении рациональной функции в сумму простейших дробей.
- 15) **Последовательность Фибоначчи.** Производящая функция для последовательности Фибоначчи. Представление её в виде суммы производящих функций геометрических прогрессий.
- 16) **Бином с целым показателем.** Формула бинома. Случай целого показателя.
- 17) **Производная ряда.** Рациональная степень ряда с положительным свободным членом. Производная ряда. Линейность, правило Лейбница.
- 18) **Бином с рациональным показателем.** Логарифмическая производная ряда с ненулевым свободным членом. Логарифмическая производная произведения ряда. Логарифмическая производная рациональной степени ряда. Логарифмические производные рядов равны тогда и только тогда, когда ряды пропорциональны. Формула бинома с рациональным показателем.
- 19) **Центр масс.** Центр масс системы материальных точек. Теорема о группировке масс.