

Второй зачет по теме "Предел функции"

1. Функция, непрерывная в точке. Критерий непрерывности. Непрерывность по Коши и по Гейне. Односторонняя непрерывность.
2. Классификация точек разрыва. Примеры.
3. Теоремы о сумме, разности, произведении и частном непрерывных функций.
4. * Лемма о том, что знак непрерывной функции и знак предела можно менять местами. Теорема о непрерывности сложной функции.
5. Функция Дирихле. Исследуйте функцию Дирихле на непрерывность. Какого рода у нее разрывы?
6. * Функция Римана. Исследуйте функцию Римана на непрерывность. Какого рода у нее разрывы?
7. * Канторова лестница. Какова область определения функции Кантора? Исследуйте ее на непрерывность. Доопределите функцию Кантора по непрерывности.
8. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} и непрерывной только в конечном числе точек.
9. Приведите пример функции, определенной на \mathbb{R} , непрерывной в целых точках и разрывной в остальных.
10. * Определение предела по Гейне и доказательство его корректности.
11. Докажите, пользуясь определением по Гейне, арифметические свойства пределов.
12. * Критерий Коши для функций
13. Теорема о предельном переходе для функций.
14. Теорема "о двух милиционерах" для функций.
15. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \sin x$ (с доказательством нужных неравенств).
16. Исследуйте на непрерывность функции $y = \sin \frac{1}{x}$ и $y = x \sin \frac{1}{x}$.
17. Первый замечательный предел (с доказательством нужных неравенств).