Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(осень 2012, 6–8 классы)

Дорогой друг! Приглашаем тебя принять участие в заочном конкурсе по математике. Участвовать в нём может любой ученик **6–8 класса**, решивший по крайней мере пять из предлагаемых 20 задач. Для этого он должен не позднее

28 октября

выслать полные решения (не только ответы!) задач по адресу

> Москва, 119002, Большой Власьевский пер., дом 11, Московский центр непрерывного математического образования, заочный конкурс, … класс.

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**. В письмо следует вложить два пустых **незаклеенных конверта с маркой, написав на них свой адрес**. (В одном конверте будут посланы результаты проверки и приглашение на разбор. Другой конверт может быть использован для информации о заочном конкурсе, математических кружках, олимпиадах и пр.) На каждом листе работы просим указывать **фамилию, имя, номер школы и класс**. В письмо следует вложить заполненную **карточку участника** (см. на обороте).

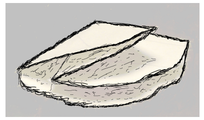
Справки по всем вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону (495) 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), или (это надёжнее) по электронной почте: zmk@mccme.ru. (**Очень просим Вас НЕ отправлять решения задач по электронной почте.**)

Информация о заочном конкурсе есть на сайте http://www.mccme.ru/zmk/; в частности, на этом сайте будет указана дата разбора задач (скорее всего, это будет в мае), а после разбора помещён список победителей конкурса.

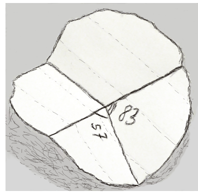
На сайте http://www.mccme.ru имеется также информация о математических кружках, олимпиадах и пр. Информацию о кружках можно получить также по телефону (499) 241-05-00.

Желаем успеха!

1. Два игрока сыграли 10 партий. За выигрыш начислялось 3 очка, за ничью 1 очко и за проигрыш ничего не начислялось. Оба игрока в сумме набрали 27 очков. Сколько было ничьих? (Если вариантов несколько, укажите все возможности).



2. На сколько процентов уменьшится вес овоща от высыхания, если при этом содержание воды в нём уменьшается с 99% до 96%?



3. Клочок бумаги согнули и смяли, как показано на рисунке, а потом развернули, отметив линии сгибов; четыре таких линии образовали четыре угла. При этом два соседних угла оказались 57° и 83°. Найдите два остальных угла.

4. Найдите наименьшее целое положительное число n, при котором $9993n$ оканчивается (в десятичной записи) на 2013.

5. В ящике лежат разноцветные шары: 28 красных, 20 зеленых, 12 желтых, 8 белых, 20 черных, 9 синих. Какое наименьшее число шаров нужно вынуть, не заглядывая в ящик, чтобы быть уверенным в том, что среди вынутых имеется три шара одного цвета? Тот же вопрос, если нужно вынуть 15 шаров одного цвета.

6. Из всех цифр от 1 до 9 (используя каждую по разу) составьте три трёхзначных числа, произведение которых было бы наименьшим.

7. Какое наибольшее число пешек можно поставить на шахматную доску, если на поле $e3$ пешку ставить нельзя и никакие две пешки не могут стоять на полях, симметричных относительно поля $e3$? (Поле $e3$ — третье снизу поле на пятой слева вертикали доски 8×8.)

8. Раскроем скобки в выражении

$$(a+b+c-d)(p-q-r+s-t)(u-v+w)$$

(получится $apu-apv+apw+\ldots$). Сколько всего будет слагаемых? перед сколькими из них будет стоять знак «минус»?

9. Брюнеты, составляя 1/3 населения страны (остальные — блондины), выпивают 4/5 всего выпиваемого в стране кефира. Статистики подсчитали, сколько литров кефира в день выпивает средний брюнет (поделив весь выпиваемый ими кефир на их количество), и сколько — средний блондин. Во сколько раз первое число больше второго?

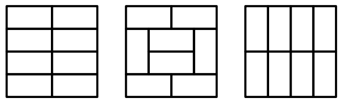
10. Двое пловцов одновременно начали плыть по 25-метровой дорожке бассейна со скоростями 1,3 м/с и 1 м/с, стартовав с одного и того же края бассейна. Доплывая до конца дорожки, каждый из пловцов поворачивает назад. Когда более быстрый пловец впервые после старта сравняется с более медленным (плывя в ту же сторону)? На каком расстоянии от места старта это произойдёт?

11. Отрезок $[0, 1]$ разделили на 2^{100} равных частей. В каком отношении (считая от левого конца) точка 1/3 делит ту часть, в которую попадает?

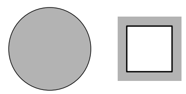
12. Если написать по кругу цифры 0, 0, 1, 1 (в таком порядке) и обходить круг, то каждая из четырёх комбинаций 00, 01, 10, 11 встретится по одному разу. Напишите по кругу 8 цифр 0 или 1 так, чтобы каждая из восьми комбинаций 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 встретилась по одному разу.

13. По кругу написано некоторое количество нулей и единиц. Обойдя круг, подсчитаем, сколько раз встречаются комбинации 000, 001, …; получатся числа $n_{000}, n_{001}, \dots, n_{111}$. Докажите, что среди этих восьми чисел всегда есть две пары равных.

14. Квадратную доску 4×4 можно замостить доминошками 2×1 разными способами (на рисунке показаны три способа; способы, отличающиеся поворотом, считаются разными). Сколько всего способов?



15. В листе бумаги вырезана квадратная дырка 5×5 (квадрат со стороной 5 см). Может ли пройти через эту дырку фанерный круг диаметра 9 см? (Бумагу можно сгибать и складывать, но нельзя растягивать или рвать.)



16. Можно ли число 2012 представить в виде суммы нескольких целых положительных чисел, произведение которых тоже равно 2012?

17. Восемь фонарей освещают весь каток (каждый освещает какую-то часть катка, эти части могут перекрываться). Докажите, что можно включить три фонаря так, чтобы освещено было не менее 3/8 катка.

18. На доске написаны два числа. За один шаг разрешается заменить одно из чисел их суммой или разностью. Могут ли после нескольких таких операций получиться числа 18 и 24, если вначале были написаны числа 10 и 16?

19. Представьте число 1001 в виде суммы четырёх чисел, в десятичную запись которых входят только цифры 0 и 7.

20. На встрече собрались все участники двух походов (некоторые были в обоих походах, некоторые — только в одном). В первом походе было две трети мальчиков и треть девочек, во втором — поровну тех и других. Какова минимальная и какова максимальная возможная доля мальчиков среди участников встречи?

КАРТОЧКА УЧАСТНИКА

заочного конкурса по математике (осень 2012)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

(заполняется при проверке)

ФАМИЛИЯ, ИМЯ ____________________

ИНДЕКС ____________ АДРЕС ____________________

____

____

школа ______ класс ____ дом. телефон ____________

(заполняется участником, **ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ**)

Заполненная карточка участника должна быть отправлена **вместе** с решениями задач.