

**МФТИ, ФИВТ, весна 2011.**  
**Вопросы экзаменационных билетов по курсу**  
**Математическая логика и теория алгоритмов.**  
**Д. Мусатов, А. Ромащенко.**

**1. Вычислимость.**

- 1.1. Машины Тьюринга. Определение вычислимой функции по Тьюрингу. Тезис Чёрча. Существование невычислимых функций.
- 1.2. Разрешимые и перечислимые множества. Эквивалентность пяти определений перечислимого множества.
- 1.3. Замкнутость разрешимых и перечислимых множеств относительно объединения и пересечения. Теорема Поста.
- 1.4. Нумерации вычислимых функций. Универсальная машина Тьюринга и универсальная вычислимая функция.
- 1.5. Неразрешимость проблем самоприменимости и остановки.
- 1.6. Теорема Райса–Успенского.
- 1.7. Главные нумерации вычислимых функций. Теорема Клини о неподвижной точке.
- 1.8. Классы  $\Sigma_n$  и  $\Pi_n$ , их замкнутость относительно объединения и пересечения.
- 1.9. Теорема об арифметической иерархии.
- 1.10. Лемма о представлении в формальной арифметике разрешимых множеств (без доказательства). Формулировка и доказательство теоремы Гёделя о неполноте.

**2.  $\lambda$ -исчисление.**

- 2.1. Чистое  $\lambda$ -исчисление: термы,  $\alpha$ -конверсии,  $\beta$ -редукции. Понятие эквивалентности  $\lambda$ -термов, нормальная форма  $\lambda$ -терма. Теорема Чёрча–Россера (без доказательства).
- 2.2. Нумералы Чёрча. Представление в  $\lambda$ -исчислении простейших арифметических операций (прибавление единицы, сложение, умножение).
- 2.3. Логические операции в  $\lambda$ -исчислении. Кодирование пары и комбинатор вычитания единицы.
- 2.4.  $Y$ -оператор и теорема о неподвижной точке для  $\lambda$ -исчисления. Комбинатор, представляющий функцию факториал.

### 3. Трансфинитная индукция.

- 3.1. Фундированные множества: эквивалентность трёх определений. Определение вполне упорядоченного множества.
- 3.2. Теорема о трансфинитной рекурсии.
- 3.3. Сравнимость любых двух вполне упорядоченных множеств.
- 3.4. Аксиома выбора. Теорема Цермело (любое множество может быть вполне упорядочено). Сравнимость мощностей любой пары множеств.

#### Основной список литературы.

1. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1984.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике. Часть 1. Начала теории множеств. – М.: МЦНМО, 1999.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике. Часть 3. Вычислимые функции. – М.: МЦНМО, 1999.
4. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. М.: Физматлит, 2004.
5. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. М.: Мир, 1994.
6. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2002.
7. Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика. М.: Мир, 1985.

#### Дополнительная литература.

1. Клини С. К. Математическая логика. М.: Мир, 1973.
2. Смаллиан Р. Как же называется эта книга? М.: Мир, 1981.