

Делимость. Разложение на множители

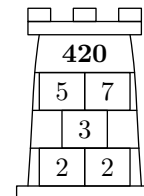
Задача 1. а) Число делится на 2 и на 3. Обязательно ли оно делится на 6?
 б) Число делится на 6 и на 8. Обязательно ли оно делится на 48?

▷ Число p называется *простым*, если оно не имеет делителей кроме 1 и p .

Задача 2. Является ли простым число а) 2009? б) 101?

Ответ. а) $2009 = 7^2 \cdot 41$; б) да.

▷ *Основная теорема арифметики* утверждает, что любое натуральное число может быть разложено в произведение простых, причем единственным образом.



Задача 3. а) Делится ли число $2^{10} \cdot 5^2$ на 10? А на 1000?

б) Сколько делителей у этого числа? *Ответ.* б) $(10 + 1) \cdot (2 + 1) = 33$.

Задача 4. Выясните, на сколько нулей оканчивается число

а) $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$; б) число $100!$.

Указание. Число нулей на конце — это максимальная степень десяти, на которую делится число.

Делимость. Продолжение

Задача 5. На острове росло 3150 пальм. Приезжая отдохнуть на остров, пираты вырубали часть пальм. В тех краях появляются пираты только трех шаяк: после прихода пиратов шайки «Длинная рука» количество пальм на острове уменьшается вдвое, пираты шайки «Черный глаз» уменьшают количество пальм в пять раз, а после шайки «Острый зуб» остается только седьмая часть пальм. Через некоторое время на острове осталось всего 9 пальм. Докажите, что за это время на острове побывали пираты шайки «Острый зуб».

Указание. Исходно число пальм делилось на 7.

Задача 6. Незнайка хвастался своими выдающимися способностями умножать числа в уме. Один коротышка написал на бумажке длинное число и предложил Незнайке перемножить его цифры. «1210», — немедленно выпалил Незнайка. «Ты неправ», — сказал проходивший мимо Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа? *Ответ.* 1210 делится на 11.

Задача 7. За день курс акций компании «Рога и копыта» повышается или понижается на 1% (курс не округляется). Может ли этот курс дважды принять одно и то же значение?

Задача 8. а) Докажите, что число $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{11}$ не целое.

Указание. Сложим дроби. Делится ли числитель на 11?

б) Докажите, что число $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$ не целое.