

Многогранники

Задача 1. У многоугольника с 5 вершинами и сторон обязательно 5. А бывает ли многогранник, у которого 5 вершин и а) 5; б) 6 граней?

Задача 2. а) Сколько у куба вершин, ребер, граней? б) Вася хочет сделать из спичек “клетчатый” куб с ребром длины 10. Сколько спичек ему для этого потребуется?

Задача 3*. а) Придумайте какую-нибудь трехмерную “развертку” 4-мерного куба. Сколько у него б) вершин; в) ребер, граней?

Задача 4. Что за многогранник получится, если взять в качестве вершин центры граней куба? А что получится, если повторить эту операцию еще раз?

Задача 5. а) У многогранника в каждой из V вершин сходится по k ребер. Сколько всего у него ребер? б) Все F граней многогранника — n -угольники. Сколько всего у многогранника ребер?

Задача 6. а) У додекаэдра 12 пятиугольных граней, сходящихся по 3 в каждой вершине. Сколько у него вершин, ребер? б) Вершины икосаэдра получаются, если взять центры граней додекаэдра. Сколько у него вершин, ребер, граней?

Задача 7. Впишите а) в куб два правильных тетраэдра; б) в додекаэдр 5 кубов так, чтобы их ребра были диагоналями граней исходного многогранника.

<http://www.mccme.ru/circles/mccme/>

Дополнительные задачи

Задача 8. Сколько у n -мерного куба а) вершин; б) ребер; в) (2-мерных) граней г) k -мерных граней? *Указание.* Вспомните, как можно кодировать вершины куба. А как кодировать ребра?

Задача 9. Составьте таблицу для чисел вершин, ребер и граней для разных многогранников (например, для встретившихся в этом листке). Попробуйте придумать функцию от этих величин, одинаковую для всех многогранников.

Указание. Эта функция не должна меняться, в частности, при “срезании вершины” многогранника.

<http://www.mccme.ru/circles/mccme/>