

## Step by step

**Задача 0.** Квадратный лист бумаги сложили попалам 4 раза, так что получился квадрат, после чего орезали 4 угла. Сколько будет дырок, когда все развернуть обратно?

**Задача 1.** а) Клетчатая доска  $5 \times 5$  раскрашена в шахматном порядке так, что угловые клетки — белые. Расставьте на ней 2 ладьи так, чтобы они побиили все незанятые черные клетки.

б) То же для доски  $7 \times 7$  и 3 ладей.

в) То же для доски  $19 \times 19$  и 9 ладей

**Задача 2.** Можно ли уголок из трех клеток разрезать на 4 равные части?

**Задача 3.** Разрежьте равносторонний треугольник на а) 4; б) 9; в) 17; г) 500 равносторонних треугольников (не обязательно одинаковых).

**Задача 4.** На доске написаны два числа 1, 1. Вписав между числами их сумму, мы получим числа 1, 2, 1. Повторив эту операцию ещё раз, получим числа 1, 3, 2, 3, 1. После трех операций на доске будет написано 1, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 4, 1. Какова будет сумма всех чисел на доске после 100 операций?

## Step by step (продолжение)

**Задача 5.** Чему равна сумма  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n - 1) \cdot n$ ?

- а) Вспомните формулу для более простой суммы,  $1 + 2 + \dots + n$ , и угадайте ответ в этой задаче.  
б) Докажите свою гипотезу.

**Задача 6.** Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку шахматной доски, после этого он должен перекрасить ее в противоположный цвет. Маляр ставится на угловую клетку доски, где все клетки белые. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

**Задача 7.** а) Даны 16 одинаковых по виду монет. Известно, что среди них есть ровно 2 фальшивые, которые отличаются от остальных по весу (настоящие монеты равны по весу друг другу, и фальшивые монеты также равны по весу друг другу). Как разделить все монеты на две равные по весу кучки, сделав не более 3 взвешиваний на чашечных весах без гирь?

- б) Та же задача для 14 монет.