

Простые числа

Простое число — это натуральное число, большее единицы, которое делится нацело только на единицу и на само себя. Остальные натуральные числа, большие единицы, называют составными. Единицу не относят ни к простым, ни к составным числам.

Основная теорема арифметики. *Каждое натуральное число можно разложить на простые множители, причём такое разложение единственно с точностью до перестановки этих множителей.*

Задача 1. Перечислите все делители чисел: а) $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$; б) $7 \cdot 63$; в) 1001; г) 128.

Задача 2. Произведение двух целых чисел равно 1000, но ни одно из них не делится на 10. Что это за числа?

Задача 3. Дети ходили в лес за грибами и теперь, возвращаясь домой, идут парами. В каждой паре идут мальчик и девочка, причём у мальчика грибов в 2 раза больше, чем у девочки. Может ли всего у детей быть 100 грибов?

Задача 4. Разделите числа 2, 4, 6, 14, 42, 10, 40, 25 на две группы, так чтобы произведения всех чисел одной группы равнялось произведению всех чисел второй группы.

Задача 5. Незнайка хвастал своими выдающимися способностями умножать числа "в уме". Чтобы его проверить, Знайка предложил ему написать какое-нибудь число, перемножить его цифры и сказать результат. – "1210", – немедленно выпалил Незнайка. – "Ты неправ!" – сказал, подумав, Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа?

Задача 6. Найдите все простые числа, которые отличаются друг от друга на 17.

Можно ли расставить числа а) от 1 до 7; б) от 1 до 9 по кругу так, чтобы каждое из них делилось на разность своих соседей?

Задача 7. Имеется много одинаковых прямоугольных картонок размером $a \times b$ см, где a и b – целые числа, причём $a < b$. Известно, что из таких картонок можно сложить и прямоугольник 49×51 см, и прямоугольник 99×101 см. Можно ли по этим данным однозначно определить a и b ?



Дополнительные задачи

Задача 8. Число умножили на сумму его цифр и получили 1004. Найдите это число.

Задача 9. Про семь натуральных чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из этих чисел делится на 5.

Задача 10. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стёрли одно из них, то сумма девяти оставшихся оказалась равна 2020. Какие числа остались на доске?

Задача 11. Существует ли самое большое простое число?