

Divide, divide, divide, divide

Раздели и властвуй!

Задача 0. Напойте (или попросите нас) признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9.

Задача 1. К числу 10 пририсуйте слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 72.

Задача 2. Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого по одному разу участвуют все 10 цифр.

Задача 3. В стране Верунии используют следующие купюры: 1 Веруня, 10 Веруней, 100 Веруней, 1000 Веруней. Можно ли отсчитать миллион Веруней так, чтобы получилось ровно полмиллиона купюр?

Задача 4. а) Решите ребус: $AB - BA = A$

б) Говорят, что если записать в обратном порядке цифры любого натурального числа, то разность исходного и нового числа будет делиться на 9. Верить ли слухам?

Задача 5. Сколько цифр в числе $11\dots 11$, если оно делится нацело на 999 999 999?

Задача 6. Найдите все двузначные числа, сумма цифр которых не меняется после умножения числа ни на 2, ни на 3, ..., ни на 9.

Задача 7. В числе переставили все цифры и получили число, в 3 раза меньшее исходного. Докажите, что исходное число делится на 27.

Задача 8. а) Однажды Михаил перемножил все числа от 1 до 2020. После посчитал сумму цифр получившегося числа, у которого тоже посчитал сумму цифр, и снова, и снова... пока не получил однозначное число. Какое?

б) Андрей пошёл дальше – он также считал суммы цифр у всех чисел от 1 до 1 000 000 000. Каких чисел у него получилось больше всего?

Задача 9*. Алиса пошла ещё дальше! Она начала прибавлять к числу сумму его цифр, потом добавила к результату сумму его цифр, и так далее, пока (на седьмой раз) не получила 1000. С какого числа она начинала?

Задача 10. Таня пыталась решить ребус $ДО \cdot МА = ТТЫЫ$, который составил Андрей. Она заподозрила, что где-то при составлении Андрей ошибся (он взял верный пример и заменял в нём разные цифры разными буквами, а одинаковые – одинаковыми). Объясните подозрения Тани.

