АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТОПОЛОГИЯ С ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ

спецкурс проф. МФТИ А.Б. Скопенкова для 1-3 курсов

(полугодовой с возможным продолжением)

по вторникам, 17.00-18.30

сбор у кафедры дифф. геометрии 16-19

занятие 25.09.2012 отменяется (а 2.10 состоится)

Аннотация.

Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: графы, маломерные многообразия и векторные поля на них. Основное содержание курса — демонстрация алгебраических идей теории гомологий на примере решения проблем о существовании и классификации вложений и векторных полей. Эти идеи развивают идею инварианта из "школьной"математики.

Для изучения спецкурса не требуется предварительных знаний. Определения двумерных и трехмерных многообразий, а также векторных полей на них, будут даны. Определение групп гомологий естественно появится при решении указанных проблем и потому его не обязательно знать заранее. В то же время для тех, кто уже изучал алгебраическую топологию, ее применение к конкретным задачам обычно оказывается нетривиальным и интересным.

Основная часть материала будет изучаться в виде решения задач участниками (с подробными указаниями и последующим разбором на занятии). Будут предложены красивые задачи для исследования.

Программу, литературу и информацию об экзамене см. на http://www.mccme.ru/~skopenko

Возможные изменения в расписании дальнейших занятий будут учитывать пожелания студентов. С весом, пропорциональным количеству и качеству сданных ими задач.

Примерная ПРОГРАММА

1. Диски с ленточками.

2. Утолщения графов. Планарность и род двумерных утолщений.

3. Ориентируемость двумерных многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни.

4. Форма пересечений.

5. Классификация ненулевых касательных векторных полей на подмножествах плоскости и двумерных многообразий.

6. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на двумерном многообразии.

7. Нормальные векторные поля. Класс Эйлера. Существование ненулевого нормального векторного поля на гладкой сфере с ручками в $\mathbb{R}^4$.

8. Определение и примеры двумерных полиэдров. Примеры двумерных полиэдров, невложимых в $\mathbb{R}^3$ и в $\mathbb{R}^4$.

9. Определение и примеры трехмерных многообразий. Гипотеза Пуанкаре. Хирургия Дена. Сфера Пуанкаре.

10. Теорема Хопфа о существовании ненулевого касательного векторного поля на любом 3-многообразии.

11. Нормальные векторные поля для трехмерных многообразий.

12. Простейшие методы вычисления гомологий. Геометрическое видение гомологических последовательностей пары, Майера-Виеториса и двойственности Александера. Невложимость трехмерного проективного пространства в $\mathbb{R}^4$.

Литература

В. В. Прасолов, Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии, Москва, МЦНМО, 2004. http://www.mccme.ru/prasolov

В. В. Прасолов, Элементы теории гомологий, Москва, МЦНМО, 2006. http://www.mccme.ru/prasolov

А. Скопенков, Алгебраическая топология с элементарной точки зрения, Москва, МЦНМО, в печати, http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf, см. параграфы 2-6, 8, 9, 13.

Об экзамене

Экзамен состоит из двух частей - заочной и очной. Заочная часть состоит в решении задач в течение всего семестра.

Очная часть (письменный экзамен) состоятся в конце ноября — начале декабря.

Предварительные критерии оценки: 90 очков — ‘5’, 75 очков — ‘4’, 60 очков — ‘3’.

Заочная часть: одно очко — одна любая задача (т.е. один пункт задачи) из любого изученного (см. программу) пункта третьей книги из списка литературы.

Допуск к экзамену: не менее двух сданных задач из каждого изученного пункта (не параграфа!) третьей книги.

Максимум за экзамен — 17 очков (набрать много очков на экзамене обычно удается только тем, кто самостоятельно решил и сдал много домашних задач).