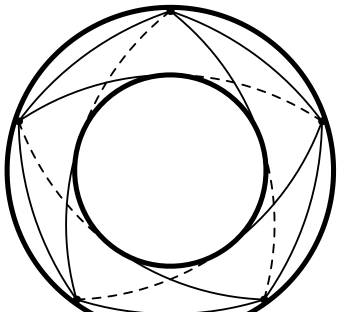
ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ, ФИВТ

Курс в исполнении А.Б. Скопенкова



Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: графы и двумерные многообразия, узлы и зацепления, векторные поля и непрерывные отображения. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о графах и векторных полях на поверхностях и в пространстве. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют некоторые основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им в будущем совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого спецкурс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Для изучения курса достаточно знания основ теории графов. Однако для работы с новыми понятиями потребуется математическая культура. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих.

Спецкурс ориентирован на студентов ФИВТ, но его могут изучать все желающие. Подробную информацию (в частности, задачи к 1-му занятию и правила выставления оценки за экзамен) можно найти, угуглив домашнюю страницу А.Б. Скопенкова и перейдя с нее на `http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#fivt`

Примерная программа.

Ссылки на литературу из `http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#refere`

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. [2, §1.2], [1, §§1.2, 2.3, 3.1, 8.1]

2. Планарность графов. Индекс пересечения ломаных на плоскости. Алгоритмы распознавания планарности графов. [2, §1]

3. Наглядные задачи о графах на поверхностях. Раскраски карт на поверхностях. Теорема Римана. Неравенство Эйлера. [1, §§2.3, 2.4]

4. Двумерные утолщения графов и их планарность. [1, §1]

5. Критерии реализуемости утолщений в сфере с ручками. Род графа и алгоритм его нахождения. [1, §2]

6. Применение соображений непрерывности. Непрерывные отображения. Теоремы Брауэра и Борсука-Улама — эквивалентные формулировки, следствия, доказательства. Применения в математической экономике. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность непрерывных отображений и векторных полей. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. [1, §3]

7. Векторные поля на двумерных поверхностях. Теорема о еже. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на поверхности. [1, §4]

8. Гомотопическая тривиальность отображений из окружности в сферу и из сферы в окружность. [1, §§3.1, 3.3, 3.4, 4.2]

9. Простейшие теоремы топологической комбинаторики. [2, §§2,5.9]

10. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. [P, §§1,2] Коэффициент зацепления. [2, §§4.1,4.2] Простейшие теоремы рамсеевской теории зацеплений. Примеры гиперграфов, не реализуемых в трехмерном и четырехмерном пространстве. [S14]

11. Наглядные задачи о гомеоморфности (топологической эквивалентности) двумерных поверхностей. [1, §2.7]

12. 3-гиперграфы и двумерные симплициальные комплексы. Кусочно-линейная гомеоморфность. Двумерные многообразия и их классификация. [1, §5]

13. Примеры трехмерных многообразий. Гомологии по модулю 2 и их применения к различению трехмерных многообразий. Гипотеза Пуанкаре и сфера Пуанкаре. [1, §§10.1-10.4]