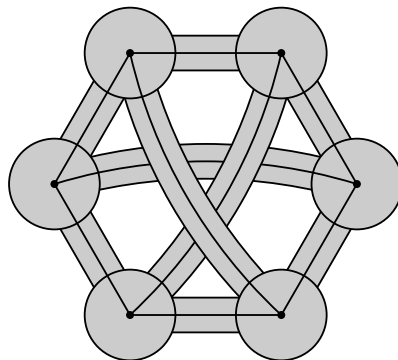


ДИСКРЕТНЫЕ СТРУКТУРЫ И АЛГОРИТМЫ В ТОПОЛОГИИ

Спецкурс в исполнении А.Б. Скопенкова, ФИВТ МФТИ, весна 2014



Аннотация

Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: графы, гиперграфы, маломерные многообразия и векторные поля на них. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о графах на поверхностях, а также о существовании и классификации векторных полей. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на ‘олимпиадных’ примерах: размерности не выше 3, на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением к необходимому минимуму алгебраического языка. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты.

Для изучения курса не нужно предварительных знаний, будут даны все необходимые определения. Однако для работы с новыми понятиями потребуются математическая культура, обычно воспитываемая на первом курсе. Большая часть материала изучается в виде домашнего решения задач участниками. К задачам даются подробные указания; примерно половина каждого занятия (кроме первого) будет уделяться разбору домашних задач. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил более 2/3 задач к предыдущим.

Спецкурс ориентирован на студентов ФИВТа, но его могут изучать желающие с других факультетов. Будут предложены красивые задачи для исследования. Более подробную информацию (в частности, о том, как будет ставиться оценка за экзамен), см. на

<http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm>

(или гуглите домашнюю страницу А. Скопенкова).

ПРОГРАММА

Пункты указаны по следующим книгам

[S] А. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, Москва, МЦНМО, в печати, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>

[S'] А. Скопенков, Алгоритмы распознавания реализуемости гиперграфов, <http://www.mccme.ru/circles/oim/algor.pdf>,

[SS] A. Skopenkov and M. Skopenkov, Some short proofs of the nonrealizability of hypergraphs, <http://arxiv.org/abs/1402.0658>

1. Наглядные задачи о графах на поверхностях. Род графа. Алгоритмы его распознавания. Раскраски карт на поверхностях. Числа Бетти. Неравенство Эйлера. [S, 2.1, 2.2]
2. Утолщения графов. Планарность и род графов и их утолщений. [S', 3.3, 3.4]
3. Наглядные задачи о гомеоморфности. Топологическая эквивалентность дисков с лентами. [S, 2.4, 2.5]
4. 2-однородные гиперграфы (и двумерные симплициальные комплексы). Примеры. Кусочно-линейная гомеоморфность. Двумерные многообразия. Классификация. [S, 5.1-5.6]
5. Простейшие теоремы рамсеевской теории зацеплений. [S']
6. Примеры гиперграфов, не реализуемых в трехмерном и четырехмерном пространстве. [S', 6.4], [SS]
7. Ориентируемость двумерных многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни. [S, 6.1-6.3]
8. Коэффициент зацепления. Число правильных раскрасок диаграммы узла. Инвариант Кэссона. Многочлен Александера-Конвея.
9. Примеры алгоритмических результатов в топологии.