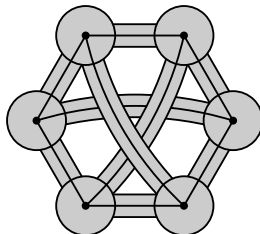


ДИСКРЕТНЫЕ СТРУКТУРЫ И АЛГОРИТМЫ В ТОПОЛОГИИ

Курс в исполнении А.Б. Скопенкова



Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: графы, гиперграфы и маломерные многообразия. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о графах и гиперграфах на поверхностях и в многомерном пространстве. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют некоторые основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого спецкурс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Для изучения курса достаточно знания основ теории графов. Однако для работы с новыми понятиями потребуется математическая культура. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих. Будут предложены также красивые сложные задачи, в т.ч. для исследования.

Спецкурс ориентирован на студентов ФИВТ, но его могут изучать все желающие. Подробную информацию (в частности, задачи к 1-му занятию и правила выставления оценки за экзамен) можно найти, огулив домашнюю страницу А.Б. Скопенкова и перейдя с нее на <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#combtop14>

Примерная программа.

Ссылки на литературу из <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#refere>
Изучавшие курс «Основы топологии» в 2017 по субботам изучают варианты А, остальные — варианты В.

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. [2, §1.2], [1, §§1.2, 2.3, 3.1, 8.1, 9.1] Появление теоретико-числовых свойств размерности (например, степеней двоек) в топологических задачах о векторных полях (без доказательства). [1, §§11.1, 12.1]

2А. Планарность графов. Индекс пересечения ломаных на плоскости. Алгоритмы распознавания планарности графов. [2, §1]

2В. Полиномиальный алгоритм распознавания планарности графов. [2, §1]

3. Двумерные утолщения графов и их планарность. [1, §1]

4А. Наглядные задачи о графах на поверхностях. Раскраски карт на поверхностях. Теорема Римана. Неравенство Эйлера. [1, §§2.3, 2.4]

4В. Критерии реализуемости утолщений в сфере с ручками. Род графа и алгоритм его нахождения. [1, §2]

5А. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. [P, §§1,2] Коэффициент зацепления. [2, §§4.1,4.2]

5В. Комбинаторные определения простейших инвариантов узлов. [P, S]

6. Простейшие теоремы рамсеевской теории зацеплений. Примеры гиперграфов, не реализуемых в трехмерном и четырехмерном пространстве. [S14]

7. Наглядные задачи о гомеоморфности (топологической эквивалентности) двумерных поверхностей. [1, §2.7]

8. 3-гиперграфы и двумерные симплицальные комплексы. Кусочно-линейная гомеоморфность. Двумерные многообразия и их классификация. [1, §5]

9А. Применение соображений непрерывности. Непрерывные отображения. Теоремы Брауэра и Борсука-Улама — эквивалентные формулировки, следствия, доказательства. Применения в математической экономике. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность непрерывных отображений и векторных полей. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. [1, §3]

9В. Простейшие теоремы топологической комбинаторики. [2, §§2,5.9]

10А. Векторные поля на двумерных поверхностях. Теорема о ежике. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на поверхности. [1, §4]

10В. Ориентируемость двумерных многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни. Линейно-алгебраический метод в топологии: гомологии и форма пересечений двумерного многообразия. Применения. [1, §§6.1-6.5]

11. Примеры трехмерных многообразий. Гомологии по модулю 2 и их применения к различению трехмерных многообразий. Гипотеза Пуанкаре и сфера Пуанкаре. [1, §§10.1-10.4]

12. Фундаментальная группа. Фундаментальная группа произведения. Фундаментальная группа и комбинаторика слов. Теорема Зейферта-ван Кампена о фундаментальной группе объединения (без доказательства). Ее применение к различению узлов. [1, §10.5]

13. Алгоритмические проблемы топологии, связанные с двумерными гиперграфами и трехмерными многообразиями. [1, §§10.1-10.4] Теоремы алгоритмической нераспознаваемости для многомерных многообразий (без доказательства). Алгоритмы распознавания реализуемости гиперграфов. [2]