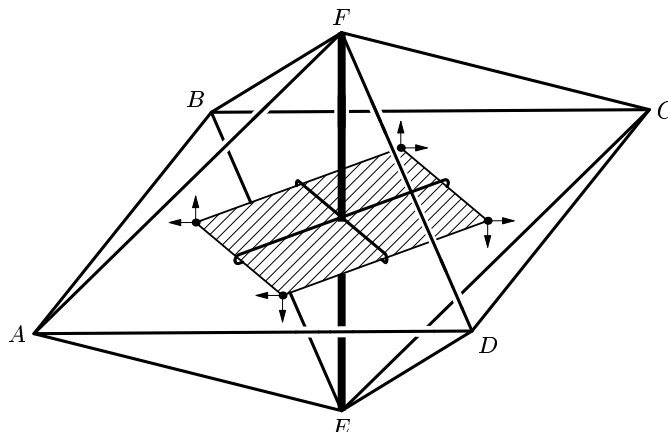


СОВРЕМЕННЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ

Спецкурс в исполнении А.Б. Скопенкова, ФОПФ МФТИ, весна 2015



Аннотация

Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: маломерные многообразия и векторные поля на них, гладкие и непрерывные отображения и их гомотопии. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о существовании и классификации векторных полей, а также о гомотопической классификации отображений. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на ‘олимпиадных’ примерах: размерности не выше 3, на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением к необходимому минимуму алгебраического языка. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты.

Для изучения курса не нужно предварительных знаний, будут даны все необходимые определения. Однако для работы с новыми понятиями потребуется математическая культура, обычно воспитываемая на первом курсе. Большая часть материала изучается в виде домашнего решения задач участниками. К задачам даются подробные указания; примерно половина каждого занятия (кроме первого) будет уделяться разбору домашних задач. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил более $2/3$ задач к предыдущим.

Спецкурс ориентирован на студентов ФОПФа, но его могут изучать желающие с других факультетов. Более подробную информацию (в частности, о том, как будет ставиться оценка за экзамен), см. на <http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm> (или гуглите домашнюю страницу А. Скопенкова).

Примерная ПРОГРАММА

Пункты указаны по книге А. Скопенков, *Алгебраическая топология с геометрической точки зрения*, Москва, МЦНМО, в печати, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. 3.1, 8.2, 9.1, 12.1, 13.1.
2. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность ненулевых векторных полей. Непрерывные отображения. Применение соображений непрерывности. Гомотопность отображений. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. 3.1, 3.2.
3. Основная теорема топологии о гомотопической классификации отображений окружности в окружность. Следствия: теорема Брауэра о неподвижной точке, основная теорема алгебры, негомеоморфность квадрата и куба. 3.1, 3.3.
4. Двумерные поверхности в евклидовом пространстве. Примеры. Триангуляции. Векторные поля на поверхностях. Линейные поля и лоренцевы метрики. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на поверхности. 4.1-4.6.

5. Наглядные задачи о графах на поверхностях и о гомеоморфности. Классификация двумерных многообразий. 2.1, 2.4, 2.5, 5.5, 5.6.
6. Ориентируемость двумерных многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни. Вычисление гомологий двумерного многообразия. 6.1-6.4.
7. Форма пересечений двумерного многообразия. Вычисления. Применения. 6.5.
8. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. Знак точки пересечения. Коэффициент зацепления. (См. *V.V. Prasolov, Intuitive topology. Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1995.* Russian version: <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/nagltop/pra2.pdf> .)

Задачи к первому занятию

Trying to solve the following problems before the beginning of the course will help you decide whether to take the course, if you are undecided. It is also sensible to try to solve them before the course begins if you are sure that you will take the course. These problems are by no means obligatory, and not succeeding in solving them does not mean that you shouldn't take the course. The solutions will be discussed on the first lecture.

А. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, Москва, МЦ-НМО, в печати, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>:

- 2.1.ab, 2.2.ac*, 2.3.a, 2.5.5, 2.8.a,
- 3.2bdf*, 3.3*, 3.6, 3.7.a, 3.8.a*, 3.11.a,
- 4.1.a, 4.8*.