

# ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ

Спецкурс А.Б. Скопенкова, по средам с 6.09.2017, 13:55-15:20

Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: маломерные многообразия и векторные поля на них, гладкие и непрерывные отображения и их гомотопии. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о существовании и классификации векторных полей, а также о гомотопической классификации отображений. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на ‘олимпиадных’ примерах: размерности не выше 3, на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением к необходимому минимуму алгебраического языка. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Для изучения курса не нужно предварительных знаний, будут даны все необходимые определения. Однако для работы с новыми понятиями потребуется математическая культура. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих.

Спецкурс ориентирован на студентов ФОПФа, но его могут изучать желающие с других факультетов. Подробную информацию (в частности, задачи к 1-му занятию и правила выставления оценки за экзамен) можно найти, огулив домашнюю страницу А.Б. Скопенкова и перейдя с нее на <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#fopf15>

## Примерная ПРОГРАММА

Пункты указаны по книге А. Скопенков, *Алгебраическая топология с геометрической точки зрения*, Москва, МЦНМО, 2015, <http://www.mcsme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>.

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. 3.1, 8.1
2. Векторные поля на подмножествах плоскости. Линейные поля и лоренцевы метрики. Гомотопность ненулевых векторных полей. Непрерывные отображения. Применение соображений непрерывности. Гомотопность отображений. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. 3.1, 3.2.
3. Основная теорема топологии о гомотопической классификации отображений окружности в окружность. Следствия: теорема Брауэра о неподвижной точке, негомеоморфность квадрата и куба. Гомотопическая классификация ненулевых векторных полей на подмножествах плоскости.\* Гомотопическая классификация отображений из окружности в сферу и из сферы в окружность. 3.1, 3.3, 3.4, 4.2.
4. Наглядные задачи о поверхностях и их гомеоморфности. 2.1, 2.2, 2.7.
5. Графы и раскраски карт на поверхностях [2, п. 1.3], 2.3, 2.4.
6. Двумерные поверхности в евклидовом пространстве. Примеры. Триангуляции. Векторные поля на поверхностях. Гомотопическая классификация ненулевых касательных векторных полей на торе.\* 4.1, 4.3-4.5.
7. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. [Р, 1, 2] Коэффициент зацепления. [2, 4.1, 4.2]