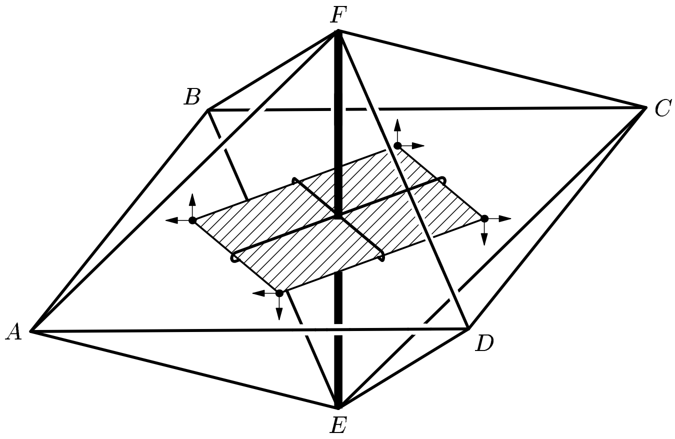
ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ, ФОПФ

Курс в исполнении А.Б. Скопенкова



Будут изучаться важнейшие наглядные объекты математики: маломерные многообразия и векторные поля на них, гладкие и непрерывные отображения и их гомотопии. Основное содержание курса — демонстрация идей алгебраической топологии на примере решения классических проблем о существовании и классификации векторных полей, а также о гомотопической классификации отображений. Вслед за великими математиками 20-го века участники откроют основные понятия и теоремы алгебраической топологии, что поможет им совершить собственные настолько же полезные открытия.

Основные идеи будут представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого спецкурс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Однако для работы с новыми понятиями потребуется математическая культура. Каждая следующая лекция будет рассчитана на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих.

Спецкурс ориентирован на студентов ФОПФа, но его могут изучать желающие с других факультетов. Подробную информацию (в частности, задачи к 1-му занятию и правила выставления оценки за экзамен) можно найти, огуглив домашнюю страницу А.Б. Скопенкова и перейдя с нее на `http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#fopf15`

Примерная программа.

Ссылки на литературу из `http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#refere`

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. [2, §1.2], [1, §§1.2, 2.3, 3.1, 8.1, 9.1, 11.1, 12.1]

2. Планарность графов. Индекс пересечения ломаных на плоскости. Алгоритмы распознавания планарности графов. [2, §1]

3. Наглядные задачи о графах на поверхностях. Раскраски карт на поверхностях. Теорема Римана. Неравенство Эйлера. [1, §§2.3, 2.4]

4. Применение соображений непрерывности. Непрерывные отображения. Теоремы Брауэра и Борсука-Улама — эквивалентные формулировки, следствия, доказательства. Приме-

нения в математической экономике. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность непрерывных отображений и векторных полей. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. [1, §3] Линейные поля и лоренцевы метрики.

5. Векторные поля на двумерных поверхностях. Теорема о еже. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на поверхности. [1, §4]

6. Гомотопическая тривиальность отображений из окружности в сферу и из сферы в окружность. [1, §§3.1, 3.3, 3.4, 4.2]

7. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. [P, §§1,2] Коэффициент зацепления. [2, §§4.1,4.2] Простейшие теоремы рамсеевской теории зацеплений. Примеры гиперграфов, не реализуемых в трехмерном и четырехмерном пространстве. [S14]

8. Наглядные задачи о гомеоморфности (топологической эквивалентности) двумерных поверхностей. [1, §2.7]

9. Двумерные поверхности в евклидовом пространстве. Триангуляции. Гомеоморфность и диффеоморфность. Теорема классификации двумерных поверхностей. [1, §§4.5, §5]

10. Примеры трехмерных многообразий. Гомологии по модулю 2 и их применения к различению трехмерных многообразий. Гипотеза Пуанкаре и сфера Пуанкаре. [1, §§10.1-10.4]

11. Фундаментальная группа. Фундаментальная группа произведения. Фундаментальная группа и комбинаторика слов. Теорема Зейферта-ван Кампена о фундаментальной группе объединения (без доказательства). Ее применение к различению узлов. [1, §10.5]