

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПИСЬМЕННЫМ РЕШЕНИЯМ от доктора Скопенкова

Эти рекомендации не претендуют на формальную полноту. Научиться правильно и понятно записывать доказательства можно только записывая и обсуждая их. Пояснения и другие рекомендации можно получить, подойдя в перерыве или подняв руку во время индивидуальной работы на семинаре.

Эти рекомендации написаны в основном по поводу *учебных* решений задач. Однако рекомендации к написанию четких формулировок и полных доказательств в *научных* работах такие же.¹ Поэтому я приветствую представление в качестве письменных решений коротких текстов типа «формулировка + доказательство» не по теме курса, а по исследовательской теме, близкой к теме курса, которой Вы занимаетесь. Практически невозможно написать завершённое доказательство (https://www.mcsme.ru/circles/oim/mmks/pravila_mmks.htm#zaver) на несколько страниц и более практически невозможно, если перед этим не тренироваться на более коротких текстах на полстраницы (учебных или научных).

A genius makes his own rules, but a 'how to' article is written by one ordinary mortal for the benefit of another... Most things that an article such as this one can say have at least one counterexample in the practice of some natural born genius. Authors of articles such as this one know that, but in the first approximation they must ignore it, or nothing would ever get done.

(P. Halmos, How to talk mathematics.)

(0) В решении нужно приводить ответ на вопрос задачи (если он требуется). Желательно давать ответ в самом начале и потом его *доказывать*. Объяснять, как ответ был *придуман*, не обязательно.

(1) Пишите только осмысленные фразы.² (При проверке бессмысленные фразы — в частности, фразы, опирающиеся на бессмысленные — не оцениваются. Осторожно, бессмысленные фразы в начале текста могут привести к тому, что весь текст, даже длинный, не будет прочитан, и будет оценен в 0. Бессмысленность формулировки леммы может привести к тому что ее доказательство, даже длинное, не будет прочитано.)

(1a) Обозначение после существительного относится к этому существительному. ('Подмножество A ' означает 'подмножество, называемое A ', а не 'подмножество множества A ').

(2) В частности, явно определяйте все объекты и понятия, не заданные в условии. Еще лучше избегать введения новых слов. Иногда это невозможно — так и появляются новые понятия и теории — но Вам не будет нужно создавать их для решения домашних задач. (Осторожно, решение, основанное на рассмотрении объекта, который не определен, оценивается в 0 баллов.)

¹Научные работы по математике, конечно, не должны состоять только из четких формулировок и полных доказательств. Важно лишь, чтобы менее формальный текст не выдавался бы за формальный и, в частности, был явно отделен от формального. См. также <https://www.mcsme.ru/circles/oim/mmks/howto.htm>, <http://ium.mcsme.ru/rekom.html>.

²Например, ни одно из утверждений

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

и даже

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для целого положительного } n.$$

не имеет смысла, ибо не указано, для каких n утверждается равенство.

Все три утверждения

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для любого целого положительного } n.$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для некоторого целого положительного } n.$$

$$1 + 2 + \dots + n = 100 \text{ для некоторого целого положительного } n.$$

осмыслены (впрочем, второе из них не интересно, а третье неверно).

(2а) Явно выделяйте определения словами «определим», «положим» или «обозначим». ³

(3) Структурируйте текст. Явно разбивайте точками рассуждения на короткие предложения. Явно разбивайте длинный текст на части, например: «лемма», «доказательство того-то», «определение того-то» и т.д. Отмечайте не только начала, но и концы частей — отступами или словами «конец доказательства того-то» или «QED» и т.д. (Неструктурированность — например, отсутствие точек между предложениями или длинные предложения — обычно приводит к появлению бессмысленных фраз, за что снижается оценка.)

(4) Указывайте явно логическую связь между частями текста (например, предложениями или формулами). Обычно она выражается короткими символами или словами: «. (точка)», «и», «или», синонимами слова «следовательно». (Отсутствие логических связей между частями текста — например, отсутствие знаков равносильности или следствия при преобразовании формул — обычно приводит к появлению бессмысленных фраз, за что снижается оценка.)

(5) Не заключайте части решения в скобки — заключение фразы в скобки *не является* явным указанием на логическую связь между этой фразой и остальным текстом. (Обычно в скобки заключают комментарии, не являющиеся частью решения.)

(6) Ссылайтесь только на четко сформулированные утверждения. Например, вместо «аналогично доказательству леммы 2 получаем A » обычно нужно либо выделить лемму, используемую и для A , и в доказательстве леммы 2, либо написать, какую конкретно замену в доказательстве леммы 2 нужно сделать, чтобы получить A .

(7) Перед доказательством по индукции четко формулируйте утверждение, доказываемое по индукции, и явно выделяйте параметр индукции.

(8) Избегайте местоимений — часто неясно, что именно они заменяют.

(9) *Пишите четкие решения* сразу правильно, а не неправильно с последующими исправлениями. (Несмотря на то, что *пояснить идею* как раз часто полезно, сначала изложив ее нечетко или неправильно, а потом уточняя.)

При проверке я четко пишу, в чем недочет, только если он не состоит в неучтении одной из этих рекомендаций. Если состоит, ставлю номер соответствующей рекомендации.

Указания, приведенные в литературе к курсу, не являются образцами письменных решений. Решения, приведенные там, являются образцами *осмысленности* письменных решений. Точнее, должны являться — если Вы заметили недочет, сообщите и получите балл. Но эти решения могут не быть образцами *полноты*: некоторые обоснования могут быть пропущены. Образцами полноты обычно являются доказательства, рассказанные у доски (лектором, семинаристом или студентом) — если не сказано, что некоторые моменты в рассказе требуют обоснования. Отличить указания от решений Вам поможет опыт чтения и написания письменных решений.

Успехов!

³ Например, запись $a = b + c$ без слова «обозначим» означает, что *ранее определенный* объект a равен сумме *ранее определенных* объектов b и c . Запись «Пусть $a = b + c$ » может означать: «рассмотрим случай, когда *ранее определенный* объект a равен сумме *ранее определенных* объектов b и c »; следовательно, далее нужно рассмотреть случай $a \neq b + c$.