

# ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ ДЛЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

Курс А.Б. Скопенкова

Изучаются важнейшие наглядные объекты математики: графы и двумерные многообразия, узлы и зацепления, векторные поля и непрерывные / кусочно-линейные отображения. Основное содержание курса — демонстрация идей топологии на примере ярких результатов о графах, гиперграфах, векторных полях и неподвижных точках. Эти результаты подобраны так, чтобы подвести участников к основным понятиям и методам топологии. Такой стиль поможет участникам в будущем совершить собственные полезные открытия (не обязательно в математике!).

Основные идеи показываются на простейших частных случаях («олимпиадных» примерах), свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Он может быть интересен как первокурсникам, так и старшекурсникам.

Для изучения курса не нужны предварительные знания. При этом для работы с новыми понятиями потребуется (и будет развиваться) математическая культура. Каждая следующая лекция рассчитана на тех, кто разобрался с материалом предыдущих (каждое домашнее задание, кроме первого, описывает материал предыдущей лекции). Образцы домашних заданий приведены на страничке курса <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#user>. Они дают представление как об объеме работы участников курса в течение семестра, так и о результатах этой работы.

## Примерная программа

(Ссылки на книги из <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#refere>)

1. Обзор наглядных результатов и применений топологии. [S, §1.2], [S20, §§2.3, 3.1, 5.1]
2. Планарность графов. Индекс пересечения ломаных на плоскости. Алгоритмы распознавания планарности графов. [S, §1]
3. Наглядные задачи о поверхностях. Разбивающих кривые. [S20, §§2.2, 2.3]
4. Двумерные утолщения графов и их планарность. [S20, §§1.3, 1.4]
5. Критерии реализуемости утолщений на данной поверхности. Род графа и алгоритм его нахождения. [S20, §2.6]
6. Наглядные задачи о гомеоморфности поверхностей. [S20, §2.7]
7. Двумерные гиперграфы и симплициальные комплексы. Кусочно-линейная гомеоморфность. Двумерные многообразия. Классификация.\* [S20, §5]
8. Применение соображений непрерывности. Непрерывные отображения. Теоремы Брауэра о неподвижной точке и Борсука-Улама — эквивалентные формулировки, следствия, доказательства. Применения в математической экономике. [S20, §3.1, §3.6]
9. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность непрерывных отображений и векторных полей. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. [S20, §3.2-3.7]
10. Степень отображения окружности в окружность. Существование поднятий пути и гомотопии. [S20, §3.8, §3.9] Гомотопическая тривиальность отображений из окружности в сферу. [S20, §3.11]
11. Векторные поля на двумерных поверхностях. Теорема о еже. [S20, §4.1]
12. Изотопии узлов и зацеплений в пространстве. [P, §§1,2], [S20u, §1-§4] Коэффициент зацепления. [S, §§4.1, 4.2]
13. Простейшие теоремы рамсеевской теории зацеплений. Примеры гиперграфов, линейно не реализуемых в трехмерном и четырехмерном пространстве. [S14]