

Инварианты изображений графов на плоскости

А. Б. Скопенков планирует провести 4 занятия в очередной ЛШСМ

Аннотация. Проблема планарности графов находится на стыке топологии, комбинаторики и компьютерной науки. Наиболее известные критерии планарности графов (например, Куратовского) дают медленные алгоритмы распознавания планарности. Мы приведем полиномиальный алгоритм. На этом примере мы продемонстрируем классические идеи *индекса пересечений*, *конфигурационного пространства* и *(когомологической) теории препятствий*.

Эти идеи имеют много других применений. Будут показаны применения к топологическим теоремам Радона и Тверберга (на примере плоскости). Эта тематика активно изучается в последние годы в связи с решением топологической гипотезы Тверберга.

Основные идеи представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Каждая следующая лекция рассчитана на тех, кто разобрался с материалом предыдущих. Каждое домашнее задание состоит из материала предыдущей лекции. Оно кратко разбирается в начале того занятия, к которому задано. [Вместо предыдущих трех фраз до 2022 было написано: «Каждое следующее занятие будет рассчитано на тех, кто решил простые задачи на понимание предыдущего.»] За счет этого курс будет полезен, даже если после школы участники НЕ будут разбираться с его материалом. Но при этом он подтолкнет участников к тому, чтобы разбираться. В частности, будут предложены красивые задачи для исследования.

Курс основан на спецкурсах / лекциях в НМУ и МФТИ, в различных выездных математических школах, и на семинарах ‘Selected Topics in Mathematics’ (NUI Galway, University of Liverpool, TU Wien, and Worcester PI) и «Динамические системы» (Москва, матфак ВШЭ), см. https://www.mcsme.ru/circles/oim/invadraw_beamer.pdf [этот абзац добавлен в 2022]

Примерная программа (несколько первых или несколько последних пунктов будут пропущены в зависимости от возможности и желания участников курса).

1. Планарность графов. Простейшие алгоритмы распознавания. [S18, §1.2]
2. Индекс пересечения ломаных на плоскости. [S18, §1.3]
3. Инвариант самопересечения (число ван Кампена). [S18, §1.4]
4. Полиномиальный алгоритм распознавания планарности. [S18, §1.5]
5. Линейные теоремы Радона и Тверберга для плоскости. [S18, §2.1]
6. Топологическая теорема Радона для плоскости. Инвариант самопересечения (число Радона). [S18, §2.2]

7.* Топологическая теорема Тверберга для плоскости. [S18, §2.3, S16]

8.* Применения конфигурационных пространств и теоремы Борсука-Улама.
[S16, §1.3, §2.1]

Литература.

[S18] A. Skopenkov, Invariants of graph drawings in the plane, *Arnold Math. J.*, 6 (2020) 21–55; full updated version: arXiv:1805.10237.

[S16] А. Б. Скопенков, Топологическая гипотеза Тверберга, *УМН*, 73:2 (2018), 344–377; полная обновляемая версия: arXiv:1605.05141.