Московская математическая конференция школьников ПРОГРАММА зум-заседания 20.12.2020

Время московское.

Можно участвовать только в части заседания.

Подробнее: `http://www.mccme.ru/mmks`

11.00-11.10. Открытие. Выступление Алексея Александровича Заславского.

11.10-11.35. *Зюбин Константин,* Минимальное время получения натурального числа n из 1 путем выполнения заданных операций (Председатель Д.Д. Черкашин)

11.35-11.50. *Васенов Иван,* Разрезания правильных многоугольников на подобные прямоугольные треугольники, I (Председатель А.А. Заславский)

11.50-12.05. *Вигдорчик Леонид,* Разрезания правильных многоугольников на подобные прямоугольные треугольники, II (Председатель А.А. Заславский)

12.05-12.15. Перерыв (чай, кофе, бутерброды дома)

12.15-12.30. *Ким Петр,* Об одной кубической кривой, связанной с треугольником (Председатель Д.В. Прокопенко)

12.30-12.45. *Луценко Антон,* Ортологичные треугольники. (Председатель А.А. Заславский)

12.45-13.00. *Прозоров Павел,* О минимальной сумме весов ребер в реберно-доминированном графе. (Председатель А.М. Райгородский)

Решение жюри будет доступно не позже 21.12 по адресу `https://www.mccme.ru/circles/oim/mmks/jury.pdf`

Аннотации некоторых докладов ММКШ-2020

Полные тексты см. на `http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm`

Васенов Иван, *Разрезания правильных многоугольников на подобные прямоугольные треугольники, I.*

A tiling is a decomposition of a polygon into finitely many non-overlapping triangles.

We present a detailed sketch of the proof of the following conjecture.

If a regular n-gon, $n \geq 5$, $n \neq 28$, is tiled with similar right triangles, then one the smaller angle of these triangles is in $\{\frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3n}\}$.

The idea is to show that for other angles of the triangles the number of their smaller acute angles is greater than the number of their larger acute angles.

M. Laczkovich proved the following (https://arxiv.org/abs/2002.12013).

If a regular n-gon, $n \geq 25$, $n \neq 30, 42$ is tiled with similar right triangles, then the smaller angle of these triangles equals to π/n.

Вигдорчик Леонид, *Разрезания правильных многоугольников на подобные прямоугольные треугольники, II.*

Мы приведем детальный набросок доказательства следующей гипотезы. Пусть имеется замощение правильного n-угольника, $n \geq 9$, $n \neq 12, 14, 20, 32, 44$, конечным количеством подобных прямоугольных треугольников. Тогда больший острый угол треугольников не равен трети угла при вершине n-угольника, т.е. меньший угол треугольников не равен $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3n}$.

Зюбин Константин, *Минимальное время получения натурального числа n из 1 путем выполнения заданных операций.*

Пусть $n, k > 1$ — целые числа и $A, B > 0$ — действительные числа. Пусть прибавление 1 к числу занимает A секунд, а умножение числа на k занимает B секунд. Если $B \leq (k-1)A$, то минимальное время, необходимое для получения из 1 числа n с помощью указанных операций равно $(S-1)A + (L-1)B$, где S и L — соответственно сумма цифр и длина записи числа n в k-ичной системе счисления.

Ким Петр, *Об одной кубической кривой, связанной с треугольником.*

Еще в 19 веке были известны факты про окружность (Эйлера), проходящую через середины сторон треугольника. В данной работе рассматривается ее обобщение. Если A, B, C — вершины треугольника и t — вещественное число, то обозначим через $O(t)$ центр описаной окружности треугольника с вершинами в точках, делящих стороны в отношениях $t : (1-t)$ в циклическом порядке, т.е. с вершинами в точках

$$tB + (1-t)C, \quad tC + (1-t)A, \quad tA + (1-t)B.$$

С помощью компьютерных вычислений выведены гипотезы

- о том, что для любых A, B, C все точки $O(t)$ лежат на кубической кривой.
- о групповой структуре на этой кривой.
- о том, что для любых A, B, C точки $O(\frac{1}{7})$, $O(\frac{2}{7})$, $O(\frac{3}{7})$, $O(\frac{4}{7})$, $O(\frac{5}{7})$, $O(\frac{6}{7})$ лежат на одной конике.

Луценко Антон, *Ортологичные треугольники.*

Для треугольника ABC на плоскости обозначим через B_a точку касания прямой AC вневписанной окружности, противоположной точке A. Аналогично определим точки C_a, A_b, C_b, A_c, B_c. обозначим через A' точку пересечения прямых A_cB_c и A_bC_b. Аналогично определим точки B' и C'. Тогда ортоцентр треугольника ABC является центром описанной окружности треугольника $A'B'C'$.

Доказательство основано на мощных следствиях теоремы Пифагора.

Прозоров Павел, *О минимальной сумме весов ребер в реберно-доминированном графе.*

Каждое ребро графа окрашено в черный или белый цвет. Для любого ребра среди него и ребер, смежных с ним, черных ребер больше, чем белых. В работе улучшены ранее известные верхние и нижние оценки для разности количеств черных и белых ребер. Доказано, что для любого графа с n вершинами эта разность не меньше $-n^2/25$. Построена бесконечная серия графов, для которых эта разность меньше $-\dfrac{n^2}{8(1+\sqrt{2})^2} + 4n$.