Задача 1. *Найдутся* 1000 *подряд идущих чисел, каждое из которых не является степенью простого числа?*

Ответ: Да.

Решение. Докажем, что изначальное условие выполняется для чисел от $1001!^2 + 2$ до $1001!^2 + 100$. Докажем изначальный факт для числа $1001!^2 + n$. Мы знаем, что $n <= 1001$, поэтому $1001!^2 + n = nk$, где $k = \frac{1001!^2}{n} + 1$. Если n не степень простого числа, то тогда nk тоже не степень простого числа, так как $n > 1$. Иначе, если n степень простого, то тогда k тоже степень такого же простого числа. Так как $n <= 1001$, k можно представить в виде $nr + 1$, где r - целое. Получаем, что n и k взаимнопроты, отсюда k не может быть степенью этого простого числа. Получаем, что nk не степень простого числа, так как $k > 1$. $\square$