

1 Постановка задачи

Дано четырёхзначное число вида \overline{ABCD} . Найти простой признак делимости на 7.

2 Теорема

Число вида \overline{ABCD} делится на 7 нацело, если $2 \cdot \overline{AB} + \overline{CD}$ делится на 7 нацело.

3 Доказательство

$\overline{ABCD} = 100 \cdot \overline{AB} + \overline{CD}$; $100 \equiv 2 \pmod{7}$, т.е. независимо от того, какой остаток даёт \overline{AB} при делении на 7, выражение $2 \cdot \overline{AB} + \overline{CD}$ всегда даёт такой же остаток при делении на 7, как и число \overline{ABCD} , и с помощью него можно проверить, делится нацело на 7 четырёхзначное число или нет. Что и требовалось доказать.

4 Примеры

Пример 1. $2349 = 23 \cdot 100 + 49$;

Доказательство. $23 \equiv 2 \pmod{7}$, следовательно $2 \cdot 100 + 49 \equiv 2 \cdot 2 + 49 \equiv 4 + 49 = 53$.

53 не делится нацело на 7, следовательно 2349 не делится нацело на 7.

Пример 2. $7819 = 78 \cdot 100 + 19$

Доказательство. $78 \equiv 1 \pmod{7}$, следовательно $1 \cdot 100 + 19 \equiv 1 \cdot 2 + 19 \equiv 2 + 19 = 21$.

21 делится нацело на 7, следовательно 7819 делится нацело на 7.

Список литературы

[1] Р. Курант и Г. Роббинс Что такое математика // Издательство МЦНМО, Москва, 2015