

Отчет за 2010 год

Новые результаты:

Исследован вопрос о глобальной устойчивости плоского решения задачи о дистанционной граничной жесткости римановой метрик в топологии Громова-Хаусдорфа. А именно, доказано, что риманова метрика на n -мерном диске близка к евклидовой в топологии Громова-Хаусдорфа, если определяемые этой метрикой расстояния между точками края близки к евклидовым в топологии C^1 . Более того, то же заключение верно при более слабых предположениях: граничные расстояния близки к евклидовым в C^0 , объем метрики близок к евклидовым, и метрические шары (отделенные от края) имеют определенную нижнюю оценку на объем в терминах радиуса.

Результаты изложены в работе [4].

Совместно с Д.Бураго продолжено исследование вопроса о граничной жесткости и строгой минимальности заполнений для римановых метрик, близких к метрике области гиперболического пространства. В прошлом году мы доказали, что любая метрика, достаточно близкая к гиперболической, однозначно определяется расстояниями между точками края. Теперь нам удалось убрать некоторые предположения о форме исходной области, а также получить новое доказательство для аналогичного результата для метрик, близких к евклидовым (т.е. для основного результата статьи [2]). Итоговые результаты о почти гиперболическом случае изложены в работе [5], приложение к почти плоским метрикам - в [3].

Опубликованы статьи:

[1] D.Burago, S.Ivanov. Area spaces: first steps.
Geometric and Functional Analysis, 19 (2009), no. 3, 662-677.
(не успела войти в отчет за прошлый год)

[2] D.Burago, S.Ivanov. Boundary rigidity and filling volume minimality of metrics close to a flat one.
Annals of Mathematics 171 (2010), no. 2, 1183-1211.

[3] S. Ivanov. Volume comparison via boundary distances.
Proc. ICM 2010, Vol. 2, 769-784, 2010.

Препринты:

[4] S. Ivanov. On Gromov-Hausdorff stability in a boundary rigidity problem.
arxiv.org:1005.1052, представлено в Geometry and Topology.

[5] D. Burago, S. Ivanov. Area minimizers and boundary rigidity of almost hyperbolic metrics.
arxiv.org:1011.1570, представлено в Invent. Math.

Конференции:

1. Приглашенный доклад на Международном Конгрессе Математиков, Хайдарабад, Индия, 19-27 августа 2010 г.

2. Пленарный доклад на конференции "Математика - XXI век. 70 лет ПОМИ" ПОМИ РАН, 13-18 сентября, 2010 г.

Педагогическая деятельность:

1. Лекции по геометрии, 3-й курс СПбГУ, весенний семестр 2010 г.
2. Спецкурс "Метрическая геометрия и пространства Александрова" (часть 1), ПОМИ РАН - Физматклуб, осенний семестр 2010 г.
3. Руководство курсовыми работами: 1 студент, СПбГУ.

Итоги за 3 года.

Формальная часть: за отчетный период вышли из печати 8 статей (некоторые из них написаны раньше), еще 4 опубликованы в виде препринтов и представлены в различные журналы. Кроме того, я защитил докторскую диссертацию и выступил с приглашенными докладами на трех российских и трех международных конференциях, в том числе на Международном Конгрессе Математиков 2010 года.

Содержательная часть:

Центральной темой заявки была задача о дистанционной граничной жесткости для простых римановых метрик на n -мерном диске, а именно, гипотеза Р.Мичела о том, что такая метрика однозначно (с точностью до изометрии) определяется геодезическими расстояниями между точками края. Предлагаемый подход состоял в том, чтобы вывести гипотезу Мичела из случая равенства в гипотезе о минимальном заполнении, которая состоит в том, что любая простая риманова метрика реализует заполняющий объем своего края (с соответствующей функцией расстояния между точками).

Этот план удалось полностью реализовать в случаях, когда рассматриваемая метрика достаточно близка либо к евклидовой, либо к гиперболической. Ранее глобальная граничная жесткость в размерности $n > 2$ была известна только для метрик специального вида (с богатыми группами изометрий), подобных результатов для открытых классов метрик ранее известно не было. Кроме того, для того же класса метрик удалось доказать глобальную устойчивость решения в смысле топологии Громова-Хаусдорфа.

Гипотезу о минимальном заполнении (для класса заполнений, гомеоморфных диску) удалось полностью доказать в размерности 2, в том числе и для финслеровых метрик, что позволило обобщить на финслеровы метрики изосистолическое неравенство Пу.

В общем случае гипотезы о граничной жесткости и о минимальном заполнении остались нерешенными. Однако большая часть методов, использованных для почти плоского и почти гиперболического случая, работают и в общем случае и позволяют свести эти гипотезы к исследованию минимальных поверхностей в некотором пространстве, что представляется более простой задачей и должно поддаваться анализу известными методами вариационного исчисления и геометрической теории меры.