

РОЖДЕСТВЕНСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВСТРЕЧИ
ФОНДА ДМИТРИЯ ЗИМИНА «ДИНАСТИЯ»

8-10 января 2011 года, Москва, НМУ
Председатель: Pierre Deligne

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Евгений Вдовин

Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН

О размере базы транзитивной группы подстановок. Пусть G — транзитивная группа подстановок на конечном множестве Ω . Определим действие группы G на декартовой степени множества Ω^k как покоординатное действие, т.е. $(\omega_1, \dots, \omega_k)^g = (\omega_1^g, \dots, \omega_k^g)$. Минимальное число k , для которого в множестве Ω^k существует регулярная орбита группы G называется размером базы группы G и обозначается через $Base(G)$. Очевидно, что $Base(G) \leq |\Omega| - 1$. Более того, указанная оценка достигается в том случае, когда G совпадает с симметрической или знакопеременной группой множества Ω . Однако, если исключить некоторые очевидные контрпримеры, то в остальных случаях размер базы может быть существенно меньше, чем мощность множества Ω . Часто размер базы можно ограничить константой, независимой от мощности множества Ω . Мой доклад будет посвящён изучению размера базы для различных классов групп.

Александр Гайфуллин

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

О соотношениях в группе Торелли рода 3. Группой классов отображений ориентированной замкнутой поверхности называется факторгруппа группы всех сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов этой поверхности на себя по подгруппе гомеоморфизмов, изотопных тождественному. Группой Торелли называется подгруппа группы классов отображений, состоящая из всех классов отображений, тривиально действующих на гомологиях поверхности. Известно, что группа Торелли поверхности рода 2 является бесконечнопорожденной свободной группой, а для рода >2 группа Торелли конечно порождена. Будет рассказано о следующем результате: группа Торелли поверхности рода 3 не может быть задана конечным числом определяющих соотношений. Метод доказательства основан на вычислении дифференциалов спектральной последовательности Картана-Лере для действия группы Торелли на так называемом комплексе циклов, построенном в 2007 году Бествиной, Буксом и Маргалитом.

Вадим Горин

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
и НМУ

Асимптотика симметрических полиномов при стремлении числа переменных к бесконечности. Будет рассказано о задаче нахождения всевозможных пределов нормированных симметрических полиномов Шура при росте к бесконечности числа переменных, от которых они зависят. Эта задача имеет множество красивых переформулировок: представленческая

- описание некоторого класса представлений бесконечномерной унитарной группы; вероятностная - классификация гиббсовских мер на замощениях полуплоскости доминошками трёх типов; аналитическая - описание класса бесконечных матриц с неотрицательными минорами. Сама задача зависит от набора параметров, и в наиболее изученном случае она исследовалась начиная с 80-х годов и была решена в работах Войкулеску, Бойера, Вершика-Керова, Окунькова-Ольшанского. В другом случае (для другого набора параметров) задача была решена в недавней работе докладчика. Получение же ответа в наиболее общей формулировке остаётся на данный момент открытой проблемой.

Евгений Горский

Stony Brook University

Компактифицированные якобианы и инварианты алгебраических узлов.

С. М. Гусейн-Заде, Ф. Дельгадо и А. Кампильо выразили полином Александра алгебраического узла в терминах полугруппы соответствующей особенности плоской кривой. Одним из естественных обобщений этой конструкции является компактифицированный якобиан особенности. А.Обломков и В. Шенде сформулировали ряд гипотез о связи эйлеровых характеристик (и гомологий) некоторых стратов в компактифицированном якобиане с коэффициентами многочлена HOMFLY соответствующего узла. В докладе будет рассказано об этих гипотезах и о том, какую новую информацию о геометрии компактифицированного якобиана они несут.

Александр Ефимов

Математический институт им. В.А.Стеклова РАН и НМУ

Контрпримеры к гипотезе Кинга для торических многообразий Фано.

В докладе будет построена бесконечная серия торических многообразий Фано с числом Пикара 3, на которых нет полных (не обязательно сильных) исключительных наборов из линейных расслоений. В частности, это опровергает гипотезу Кинга для торических многообразий Фано.

Владимир Жгун

Институт системного анализа РАН и лаборатория Понселе

On the equivariant geometry of the cotangent vector bundle of quasiprojective varieties.

Let G be a connected reductive group acting on an irreducible normal algebraic variety X . The aim of this talk is to generalize the result of E.B.Vinberg who constructed the rational Galois covering of T^*X for quasiaffine X by the cotangent bundle to the variety of horospheres. The Galois group of this rational covering is equal to a little Weyl group of the variety X . We notice that this result could not be directly generalized to quasiprojective varieties since the set of generic horospheres is not good enough for this purpose, that can be seen in the case when X is a flag variety. In this talk we give the construction of a family of degenerate horospheres and the variety Hor parametrizing them, such that there is a rational covering of the cotangent vector bundles $T^*\text{Hor} \rightarrow T^*X$. The Galois group of this rational covering is equal to a little Weyl group of the variety X . We also will state several

results towards complexity of invariant lagrangian subvarieties in the symplectic varieties with an action of reductive group G .

Роман Карасёв

Московский физико-технический институт.

Теоремы типа Дворецкого для многочленов нескольких переменных. *В соавторстве с В.Л. Дольниковым.*

Гипотеза Громова–Мильмана о многочленах нескольких переменных утверждает следующее: при достаточно большом натуральном n , зависящем от натурального k и чётного натурального d , всякий однородный многочлен степени d от n переменных становится пропорциональным $d/2$ -й степени стандартной квадратичной формы $Q = x_1^2 + \dots + x_n^2$ при ограничении на некоторое k -мерное линейное подпространство \mathbb{R}^n .

Эта гипотеза является естественным алгебраическим аналогом теоремы Дворецкого о почти эллиптических сечениях выпуклого тела.

Аналог гипотезы Громова–Мильмана для нечётных d давно известен как теорема Бёрча.

В докладе будет рассказано о доказательстве гипотезы Громова-Мильмана и некоторых близких утверждений о векторных расслоениях над грассманианом, улучшении оценок в теореме Бёрча и её обобщениях.

Валентина Кириченко

Государственный университет — Высшая школа экономики

Исчисление Шуберта и многогранники Гельфанда-Цетлина.

Мы обсудим новый подход к исчислению Шуберта на многообразии полных флагов в \mathbb{C}^n , использующий многочлен объёма многогранников Гельфанда-Цетлина. Будет рассказано, как вычислять произведение циклов Шуберта, пересекая грани многогранника Гельфанда-Цетлина.

Роман Михайлов

Математический институт им. В.А.Стеклова РАН

Производные функторы от неаддитивных функторов и теория гомотопий.

Будет дано описание некоторых производных функторов от лиевых и суперлиевых функторов и приведены естественные гомотопические приложения этого описания.

Сергей Облезин

Институт теоретической и экспериментальной физики

Параболические функции Уиттекера и квантовые когомологии однородных пространств.

В докладе будут определены параболические функции Уиттекера для представлений основной серии $GL(N, \mathbb{R})$. Данная конструкция обобщает модель Уиттекера, введенную Жаке-Костантом, и такое обобщение мотивировано связью с алгеброй квантовых когомологий однородных пространств. А именно, будет показано, что при некоторой специализации

параметров, построенные параболические функции Уиттекера (для параболической подгруппы $P < GL(N)$) описывают (малые) квантовые когомологии однородного пространства $GL(N)/P$.

Леонид Петров

Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича

Детерминантные и пфаффианные точечные процессы.

Детерминантные и пфаффианные точечные процессы возникли в задачах, связанных с изучением спектров случайных матриц. Детерминантные процессы сейчас уже достаточно хорошо изучены. Пфаффианная структура является естественным обобщением детерминантной. Пфаффианные процессы являются более сложными и они исследованы значительно меньше.

Вероятностные модели, похожие на случайно-матричные (но, в отличие от них, дискретные) стали в последние 15 лет возникать при изучении т.н. "больших" групп (таких, как, например, бесконечная симметрическая и бесконечномерная унитарная группы) в работах А. Бородина, Г. Ольшанского, Е. Страхова, и др.

Мои задачи касаются проективных представлений (морфизмов в проективную группу линейного пространства) бесконечной симметрической группы. При изучении возникающих здесь вероятностных моделей появляются как детерминантные, так и пфаффианные точечные процессы, причем иногда оказывается, что за более сложной пфаффианной структурой скрывается более простая детерминантная. Последний эффект планируется рассмотреть более детально.

Леонид Посицельский

Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича
и Независимый Московский университет

Мотивные пучки Артина-Тейта с конечными коэффициентами над гладким многообразием.

Предлагается конструкция точной тензорной категории мотивных пучков Артина-Тейта с конечными коэффициентами в терминах этальных пучков над гладким многообразием X . Объектами этой категории являются, наряду с мотивами Тейта $Z/m(j)$, кохомологические относительные мотивы с компактным носителем многообразий, квазиконечных над X . Изоморфизм Z/m -модулей Ext между мотивами $Z/m(i)$ в этой точной категории с модулями, предсказываемыми гипотезой Бейлинсона-Лихтенбаума об этальном спуске (доказанной Воеводским-Ростом-...) устанавливается в предположении гипотез кошулевости алгебр с многими объектами, описывающих мотивы Артина-Тейта над полями.

Владимир Протасов

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

О двух приложениях L_1 -спектрального радиуса линейных операторов.

L_1 -спектральный радиус (называемый также, “усредненным спектральным радиусом”, “1-радиусом” и т.д.) является совместной спектральной характеристикой нескольких операторов. Если даны m линейных операторов A_1, \dots, A_m , действующих в \mathbb{R}^d , то среднее арифметическое норм всех m^k произведений длины k этих операторов растет асимптотически при $k \rightarrow \infty$ как ρ^k , где ρ – это L_1 -спектральный радиус. Данная величина была введена в

рассмотрение в середине 1990-х гг. независимо в нескольких работах, и, наряду с другими совместными спектральными характеристиками, такими как совместный спектральный радиус (Рота, Стрэнг, 1960), показатели Ляпунова (Фюрстенберг, Кестен, 1960, Оселедец, 1968), и т.д., нашла многочисленные применения в функциональном анализе, динамических системах, дискретной математике, теории чисел.

В докладе будет рассказано о двух задачах, в которых использование L_1 -спектрального радиуса позволило получить полные решения. Первая задача, относящаяся к теории вероятностей, касается функций распределения степенных рядов со случайными коэффициентами. Она примыкает к известной проблеме Эрдеша о плотности распределения конволюций Бернулли. Вторая задача относится к теории операторов и формулируется следующим образом: при каких условиях заданные операторы, действующие в \mathbb{R}^d , имеют общий инвариантный конус? Точный критерий существования инвариантного конуса формулируется с помощью L_1 -спектрального радиуса.

Антон Савин

Российский университет дружбы народов и Независимый Московский университет

Проблема индекса нелокальных эллиптических операторов.

Доклад посвящен проблеме индекса нелокальных эллиптических операторов на гладком замкнутом многообразии, которые порождены дифференциальными операторами и оператором сдвига вдоль траекторий некоторого диффеоморфизма многообразия. Дается условие эллиптичности (фредгольмовости)

рассматриваемых операторов и предъявляется формула индекса.

Тимур Садыков

Российский государственный торгово-экономическом университет

Monodromy of hypergeometric systems.

The class of hypergeometric systems of partial differential equations can be roughly described as the simplest class of systems of partial differential equations with nonconstant polynomial coefficients. Such systems constitute an important class of regular holonomic ideals in the Weyl algebra of partial differential operators with polynomial coefficients. They include the Gelfand-Kapranov-Zelevinsky system, the Knizhnik-Zamolodchikov equations as well as the Horn and Mellin systems of partial differential equations. In contrast with the case of constant coefficients, little is known about the global properties of a general hypergeometric system of equations. In my talk, I will present some of the recent results dealing with the monodromy representation of a general system of partial differential equations of hypergeometric type. Various conditions which imply that such a monodromy representation is trivial, maximally reducible, finite or irreducible, will be formulated.

Дмитрий Талалаев

Институт теоретической и экспериментальной физики

Квантовый метод спектральной кривой: случай группы Бореля.

В докладе будут описаны основные элементы квантового метода спектральной кривой: собственно квантовый характеристический

полином, его роль в описании спектра квантовой модели. Будет уделено особое внимание квантованию обобщенной системы Тоды, которое строится с помощью редукции АКС по отношению разложения линейной алгебры Ли в сумму ортогональной и борелевской подалгебр.

Владлен Тиморин

Государственный университет - Высшая школа экономики

Топологические вопросы в голоморфной динамике на сфере Римана.

Мы будем рассматривать рациональные функции от одной комплексной переменной как динамические системы на сфере Римана. Будут обсуждаться конструкции, позволяющие переходить от систем с более сложным топологическим поведением к системам с более простым (например, гиперболическим) поведением.

Алексей Устинов

Устинов. Институт прикладной математики ДВО РАН

Задачи на решетках.

Чтобы суммировать значения некоторой функции $f(a, b, c, d)$ по решениям уравнения $ad - bc = N$, естественно использовать цепные дроби и суммы Клостермана. Такой подход позволяет решать различные задачи, которые могут быть сведены к вопросам о распределении базисов специального вида в решетке \mathbb{Z}^2 или ее подрешетках. В докладе планируется рассказать о двух подобных задачах. Первая — это задача Синая о статистических свойствах траекторий частиц в двумерных кристаллических

решетках, вторая — задача Арнольда о распределении чисел Фробениуса.

Дмитрий Челкак

ПОМИ РАН и лаборатория им. П.Л.Чебышева СПбГУ

Критическая двумерная модель Изинга и дискретный комплексный анализ: от фермионных наблюдаемых к описанию интерфейсов и корреляционным функциям.

В 2002 году С.Смирнов, совместно с R.Kenyon'ом, предложил использовать для доказательства сходимости интерфейсов двумерной критической модели Изинга на квадратной решетке к конформно инвариантным пределам (кривым SLE) фермионные наблюдаемые, т.е. некоторые функции, с одной стороны имеющие комбинаторную интерпретацию в терминах исходной решеточной модели, а с другой - обладающие свойством дискретной голоморфности (аналитичности). Эта конструкция открыла дорогу для строго доказательства конформной инвариантности предельных интерфейсов, сначала на квадратной решетке, а потом и на широком классе других планарных графов (С.Смирнов и докладчик).

Помимо описания интерфейсов, дискретно голоморфные наблюдаемые могут быть использованы и для анализа корреляционных функций модели. Так, в недавней работе С.Hongler'a и С.Смирнова было, в частности, доказано, что значения всех корреляций (правильным образом перенормированной) плотности энергии имеют конформно ковариантные пределы. Совсем недавно, используя наблюдаемые, дискретно голоморфные на двулистом накрытии неодносвязной области, К.Изьюрову и докладчику удалось найти путь к

идентификации предельных значений некоторых спиновых корреляций средствами дискретного комплексного анализа. Несмотря на то, что некоторые важные детали технического характера на данный момент отсутствуют, мы, совместно с С. Hongler'ом, надеемся строго обосновать предельный переход для значений магнетизации и многоточечных спиновых корреляций в произвольной планарной области. В своем докладе я опишу использующиеся комбинаторные конструкции, приводящие к различным задачам о предельном переходе для дискретно голоморфных функций, а также следствия этих результатов в терминах предельного поведения критической модели Изинга.