

Краткое изложение заявки Медных Ильи Александровича

Голоморфные отображения римановых поверхностей и их дискретные аналоги

Со времен Гурвица известно, что порядок группы конформных автоморфизмов римановой поверхности рода $g > 1$ не превосходит величины $84(g - 1)$. Группы автоморфизмов являются предметом изучения различных разделов математики, таких как комплексный анализ, топологическая теория поверхностей, теория групп и теория чисел. В настоящее время существует более двух тысяч работ, написанных на эту тему.

Существенным обстоятельством, позволяющим добиться успехов в теории автоморфизмов, является классическая теорема Керекъярто, утверждающая, что любая конечная группа сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов может быть превращена в группу конформных автоморфизмов после введение на поверхности подходящей комплексной структуры. Это означает, что для исследования групп автоморфизмов нужно использовать как топологический, так и мощный аппарат теории аналитических функций.

Совсем другая ситуация возникает, когда требуется изучать голоморфные отображения одной римановой поверхности на другую. Если S_g и $S_{g'}$ римановы поверхности родов g и g' , соответственно, и $g > g' > 1$, то доказанная в 1913 году теорема де Франкиса утверждает, что множество $Hol(S_g, S_{g'})$ всех голоморфных отображений конечно и его порядок зависит только от g и g' . Точная оценка на величину $|Hol(S_g, S_{g'})|$ неизвестна до сих пор. Важно отметить, что топологическая версия теоремы де Франкиса в настоящее время также не установлена. Частные результаты, связанные с теоремой де Франкиса, можно найти в работах многих авторов.

В последнее десятилетие появилось множество работ, посвященных дискретным версиям теории римановых поверхностей. Роль римановых поверхностей в этих теориях играют конечные графы, а в качестве голоморфных отображений выступают гармонические отображения. Многие теоремы классической теории римановых поверхностей получили свое воплощение в дискретном случае. Этот подход нашел эффективные применения к теории кодирования, стохастической теории и финансовой математике.

Цель настоящего исследования — получить точные оценки в теореме де Франкиса в наиболее важных частных случаях (например, для малых родов или для случая когда обе поверхности гиперэллиптические), а также установить дискретную версию теоремы де Франкиса для графов. Кроме того, предполагается найти дискретные версии теорем Акколы и Фаркаша о гиперэллиптичности римановых поверхностей. Будут разработаны новые методы для вычисления якобианов графов и изучена связь между рангом якобиана и максимальной кратностью собственных значений оператора Лапласа на графе.