

Ярослав Люлько. Краткое изложение заявки

Изучение свойств функционалов от случайного блуждания и процессов броуновского типа

Настоящий проект посвящен исследованию свойств функционалов от случайных процессов в дискретном и непрерывном времени. В дискретном случае рассматриваются функционалы от случайного блуждания и его обобщений, а также от марковских цепей со счетным множеством состояний. В случае непрерывного времени изучаются функционалы от процессов броуновского типа. Данное исследование затрагивает такие разделы стохастического анализа, как теория оптимальных правил остановки и задачи со свободной границей, стохастические представления функционалов различных видов, получение распределений функционалов с помощью предельного перехода от дискретного времени к непрерывному с использованием обобщенного принципа инвариантности Донскера-Прохорова.

Стохастические представления различных функционалов от броуновского движения имеют связь с исчислением Малляена. И хотя теорема Ито-Кларка и решает вопрос о существовании представлений в виде стохастического интеграла, нахождение явного вида подынтегрального выражения в каждом конкретном случае является непростой задачей. Стохастические представления важны не только для развития общей теории, но и применяются для решения задач оптимального оценивания немарковских моментов. Так, в работе Ширяева, Пешкира и Йора с помощью стохастического представления решается вопрос о наилучшем среднеквадратическом приближении максимума броуновского движения на отрезке $[0, 1]$.

Исследования будут вестись по следующим направлениям.

1. Применить стохастические представления для максимума случайного блуждания на отрезке $[0, N]$, полученные автором ранее, для оценивания максимума случайного блуждания в среднеквадратическом смысле. Также планируется изучить вопрос о сходимости стохастических представлений в дискретном времени к представлениям в непрерывном времени.

2. Расширить класс процессов, для которых число пересечений заданного уровня марковской цепью до некоторого момента времени n является дискретным аналогом локального времени. Установить, для каких процессов предельное распределение числа пересечений является экспоненциальным, и найти процессы, для которых в пределе получается распределение, отличное от показательного.

3. В недавней работе автора удалось получить максимальное неравенство для скошенного броуновского движения $W^\alpha = (W_t^\alpha)_{t \geq 0}$ с параметром $\alpha \in [0, 1]$, тем самым обобщив классические результаты для стандартного броуновского движения и его модуля. В дальнейших исследованиях планируется получить максимальные неравенства в дискретном времени для скошенного случайного блуждания. При этом ответ заведомо будет другого вида, нежели в непрерывном случае, так как в случае $\alpha = 1/2$ неравенство уже получено.

4. Найти распределения функционалов «максимального» типа от скошенного броуновского движения на случайном интервале времени Δ , зависящем от экспоненциально распределенной случайной величины θ , а также последнего нуля до θ и первого нуля после θ . Тем самым удастся обобщить результаты работы Т. Fujita для аналогичных функционалов от модуля броуновского движения.