

# Краткое изложение заявки А.А. Илларионова

«Статистические свойства многомерных аналогов непрерывных дробей»

В конце 19 века были предложены два обобщения непрерывных дробей на многомерный случай. Одно Ф. Клейном, а другое Г.Ф. Вороным и независимо от него Г. Минковским. В каждом из них среди узлов некоторой решетки выделяются и изучаются множество вершин многогранников Клейна и, соответственно, множество всех относительных минимумов. Относительные минимумы и многогранники Клейна возникают в различных областях математики. Так в работах Быковского (2002, 2003) было замечено, что множество относительных минимумов определяет погрешность многомерных квадратурных формул Коробова. Ж.-О. Муссафир (2000) и О.Н. Герман (2002) исследовали связь между границами многогранников Клейна и базисами Гильберта. Х. Цутихаси (1983) установил связь между периодическими (многомерными) цепными дробями и многомерными касповыми особенностями. Исходно исследуя  $A$ -градуированные алгебры, В.И. Арнольд столкнулся с теорией многомерных дробей по Клейну, т.е. с многогранниками Клейна. Начиная с 1989 г. он сформулировал множество задач о геометрии и статистических свойствах многомерных цепных дробей. За последние 20 лет появилось довольно значительное число работ, посвященных этим вопросам (В.А. Быковский, Ж.-О. Муссафир, О.Н. Карпенков, М.О. Авдеева, Сухов, Концевич и др.). Однако, несмотря на значительный интерес, открытым оставался поставленный В.И. Арнольдом вопрос о статистических свойствах многомерных аналогов непрерывных дробей.

Автором настоящего проекта были разработаны методы решения этих задач, с помощью которых были новые результаты о статистических и экстремальных свойствах непрерывных дробей, которые дают частичные ответы на задачи В.И. Арнольда. В частности, получены асимптотические формулы для средних значений следующих величин:

количество относительных минимумов многомерных целочисленных решеток;

количество граней фиксированного типа и количество вершин трехмерных полиэдров Клейна;

количество цилиндрических минимумов многомерных целочисленных решеток.

В рамках настоящего проекта предполагается

1. Рассмотреть конструкцию, обобщающую относительные и цилиндрические минимумы решеток.
2. Использовать полученные ранее результаты для исследования статистических свойств многомерных наилучших приближений.
3. Продолжить исследование статистических свойств многогранников Клейна.