

Краткое изложение заявки  
Кащенко Ильи Сергеевича

Проект посвящен методам изучения локальной динамики дифференциальных уравнений с бесконечномерным фазовым пространством: уравнений с запаздыванием, уравнений параболического типа или же уравнений с отклонением (распределением) пространственной переменной. В ситуациях, когда критический случай в задаче об устойчивости имеет конечную размерность, работают хорошо известные методы исследования поведения решений. В критических случаях бесконечной размерности ситуация существенно сложнее. Такие случаи возникают, например, когда запаздывание является асимптотически большим, или уравнение имеет малый множитель при старшей производной.

Изучению этих ситуаций и будет посвящен проект.

Метод исследования локальной динамики состоит в построении квазинормальных форм — специальных уравнений, не содержащих больших либо малых параметров, глобальная динамика которых описывает поведение решений в окрестности состояния равновесия исходной системы.

Исследования будут проводиться по следующему плану.

1. Первая часть исследований будет состоять в завершении работы над задачами, по которым уже получены первые результаты. Во-первых, это исследование локальной (в окрестности нулевого решения) динамики уравнения с двумя запаздываниями в случае, когда оба запаздывания большие, но разные по порядку. Во-вторых, будут доделаны и опубликованы результаты по аналогичной задаче для уравнений с колебательно распределенным запаздыванием.

2. Вторая часть будет состоять в применении полученных результатов к моделям реальных физических систем. Главная цель исследований — определить характеристики (условия существования, устойчивости, амплитуду, и пр.) решений импульсного типа. Некоторые из этих подзадач представляется возможным решить с использованием метода квазинормальных форм.

3. Планируется развитие метода квазинормальных форм на уравнения с управлением. Можно выделить два основных вида управления, которые будут изучаться: запаздывающее управление и пространственно-распределенное управление.

4. Как уже показано, для уравнений с большим запаздыванием характерно явление мультистабильности: при определенных значениях в окрестности состояния равновесия сосуществуют сразу несколько устойчивых периодических решений. Планируется изучить способы вывода системы из состояния мультистабильности, т.е. добиться того, чтобы устойчиво было только одно заранее выбранное решение.

5. Планируется применить развитые методы на задачу исследования динамики в окрестности цикла, а не состояния равновесия. Построить аналоги квазинормальных форм в этом случае, посмотреть возможные бифуркации.