

Краткое изложение заявки (Summary)

Смирнов Александр Валерьевич

1. Проведенные исследования

Рассмотрена задача целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы. Имеется трехмерная вещественная матрица A с неотрицательными элементами a_{ijp} ($i \in \overline{0, n}$, $j \in \overline{0, m}$, $p \in \overline{0, t}$), для которых выполнены условия баланса: *каждый элемент с некоторыми нулевыми индексами равен сумме всех элементов, для которых ненулевые индексы оставлены неизменными, а нулевые индексы заменены всеми возможными ненулевыми значениями диапазонов соответствующих индексов*. Требуется так округлить элементы матрицы до целых значений сверху или снизу (элемент a_{000} округляется до ближайшего целого), чтобы остались неизменными условия баланса.

Задача целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы является NP -полной, поэтому предложено сведение поставленной задачи к задаче о нахождении наибольшего потока в кратной сети целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы. Определены условия разрешимости задачи сбалансирования, разработан и обоснован алгоритм решения указанной потоковой задачи. В случае, когда задача целочисленного сбалансирования имеет несколько решений, возникает вопрос о поиске оптимального решения, то есть такого решения, сумма ошибок округления для которого будет минимальной. Построено сведение данной задачи к задаче о максимальном кратном потоке минимальной стоимости и алгоритм отыскания такого решения. Также рассмотрен общий случай кратных сетей произвольной кратности $k > 1$, обоснована NP -полнота задачи о наибольшем кратном потоке. Для частного случая кратных сетей (т.н. *делимые сети*) разработан алгоритм нахождения максимального потока.

2. Проект будущих исследований

1. Исследование задачи целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы с ограничениями второго рода. Наряду с первой задачей целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы немалый интерес представляет *задача сбалансирования с ограничениями второго рода*. Отличие этих двух задач фактически состоит в том, что в первой задаче отклонение суммирующих показателей итоговой матрицы от соответствующих элементов исходной матрицы должно быть строго меньше 1, во второй же задаче – строго меньше 2. Таким образом, для задачи целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы с ограничениями второго рода, планируется получить следующие результаты:

- 1) сведение к задаче о наибольшем кратном потоке;
- 2) определение условий разрешимости задачи;
- 3) определение сложности задачи;
- 4) разработка алгоритма решения задачи;
- 5) построение модели и получение алгоритма решения задачи минимизации ошибок округления при целочисленном сбалансировании трехмерной матрицы с ограничениями второго рода.

2. Выделение полиномиально разрешимых подклассов для первой задачи целочисленного сбалансирования трехмерной матрицы. Для построенных подклассов планируется разработка полиномиальных алгоритмов решения.

3. Исследование задачи целочисленного сбалансирования четырехмерной матрицы. Данная часть исследований предполагает некоторое обобщение результатов, полученных для трехмерной матрицы. Планируемые результаты:

- 1) построение модели кратной сети для четырехмерной задачи;
- 2) определение условий разрешимости задачи;
- 3) разработка точного алгоритма решения четырехмерной задачи.