

ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ГРАНТУ ФОНДА "ДИНАСТИЯ" (КОНКУРС 2011 ГОДА) ЗА 2014 ГОД

Аржанцев Иван Владимирович, д.ф.-м.н., профессор

1. Результаты, полученные в 2014 году

В этом году я проводил исследования по нескольким направлениям теории алгебраических групп преобразований. Изучались торические многообразия, допускающие действие коммутативной унипотентной алгебраической группы с открытой орбитой. В случае, когда действие унипотентной группы нормализуется действующим тором, удастся получить явную характеристику вееров, отвечающих таким торическим многообразиям. Этот результат основан на понятии корня Демазюра веера полиэдральных конусов. В общем случае нужно доказать, что произвольное действие с открытой орбитой можно выродить в действие с открытой орбитой, нормализуемое действующим тором. Доказательство этого результата близко к завершению.

Другое направление работы – изучение аддитивных однопараметрических групп преобразований аффинных и проективных многообразий и отвечающих им локально нильпотентных дифференцирований алгебры регулярных функций и кольца Кокса соответственно. Получено описание однородных локально нильпотентных дифференцирований для алгебр с тонкой градуировкой. Исследуются алгебраические свойства таких однородных дифференцирований – структура их ядра и образа, свойства их сумм и коммутаторов.

Наконец, начата работа над приложением методов теории колец Кокса к задачам общей алгебры, в первую очередь к теории полугрупп. Стандартное кольцо Кокса можно рассматривать как минимальную однородную факториальную оболочку данной аффинной алгебры. Идея состоит в том, чтобы получить кольцевой аналог для общей конструкции теории дивизоров для полугруппы Крулля. В этом направлении получены первые результаты.

2. Работы, опубликованные в 2014 году

[1] I.V.Arzhantsev, U.Derenthal, J.Hausen, and A.Laface. Cox rings. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, No. 144, Cambridge University Press, 2014, 532 p.

[2] I.V.Arzhantsev, A.Yu.Perepechko, and H.Süss. Infinite transitivity on universal torsors. Journal of the London Mathematical Society 89 (2014), no. 3, 762-778

[3] I.V.Arzhantsev, J.Hausen, E.Herppich, and A.Liendo. The automorphism group of a variety with torus action of complexity one. *Moscow Mathematical Journal* 14 (2014), no. 3, 429-471

[4] I.V.Arzhantsev and A.B.Popovskiy. Additive actions on projective hypersurfaces. In: *Automorphisms in Birational and Affine Geometry*, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics 79, Springer, 2014, 17-33

3. Участие в конференциях и школах

[1] Международная конференция "Algebraic Varieties and Automorphism Groups", 7-11 июля 2014, Киото, Япония; приглашенный доклад

[2] 14-я летняя школа "Современная математика", Дубна, 19-30 июля 2014; курс "Дифференцирования в алгебре" (4 лекции)

[3] Конференции "Геометрия, Топология и Интегрируемость", Сколковский институт науки и технологий, Москва, 20-25 октября 2014; приглашенный доклад

[4] Международная алгебраическая конференция "Мальцевские Чтения", 10-13 ноября 2014, Новосибирск; пленарный доклад

4. Работа в научных центрах и международных группах

В начале 2014 года мы совместно с Ульрихом Деренталем (Мюнхен, Германия), Юргеном Хаузенем (Тюбинген, Германия) и Антонио Лафаче (Консепсьон, Чили) занимались доработкой монографии "Cox rings", которая вышла в свет в августе 2014 года.

Осенью 2014 мы наметили совместный проект с профессором Альфредом Герольдингером (университет Граца, Австрия), посвященный применениям методов теории колец Кокса в теории полугрупп Крулля и задачам аддитивной комбинаторики. В настоящее время я работаю над первой статьей в этом направлении.

5. Педагогическая деятельность

28 марта 2014 года в диссертационном совете МГУ им. М.В.Ломоносова Александр Юрьевич Перепечко успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему "Автоморфизмы конечномерных алгебр и аффинных многообразий". Руководство этой диссертацией осуществлялось совместно с Михаилом Григорьевичем Зайденбергом, профессором института Фурье, Гренобль, Франция.

11 апреля 2014 года в диссертационном совете МГУ им. М.В.Ломоносова моя аспирантка Полина Юрьевна Котенкова успешно защитила кандидатскую

диссертацию на тему "Действия торов и локально нильпотентные дифференцирования".

В сентябре 2014 года ко мне в аспирантуру кафедры высшей алгебры мехмата МГУ поступил Андрей Борисович Поповский. В настоящее время я руковожу на мехмате подготовкой 2 дипломных и 9 курсовых работ.

В осеннем семестре 2014 я читаю обязательный курс лекций "Высшая алгебра" для первого курса мехмата МГУ. В течение всего года выступал в качестве соруководителя научно-исследовательского семинара "Алгебра Ли и теория инвариантов" (совместно с Э.Б. Винбергом, А.Л. Онищиком и Д.А. Тимашевым) и спецсеминара "Алгебраические группы преобразований" (совместно с С.А. Гайфуллиным).

Мною разработан оригинальный курс "Алгебра", который будет прочитан в 4-м модуле учебного года 2014-2015 на 1-м курсе образовательной программы по прикладной математике и информатике факультета компьютерных наук НИУ ВШЭ.

6. Краткие итоги трех лет работы

Предложенный в конце 2011 года план исследований, который получил поддержку фонда "Династия", включал в себя пять разделов.

1. *Кольца Кокса и Mori Dream Spaces*

Основным результатом работы по этому направлению стала написанная совместно с У. Деренталем, А. Лафаче и Ю. Хаусеном монография "Cox rings", опубликованная в Cambridge University Press в августе 2014 года. В монографии собраны известные на настоящее время результаты о кольцах Кокса алгебраических многообразий и приложения этих результатов к программе Мори минимальных моделей, теории алгебраических поверхностей, теории алгебраических групп преобразований, арифметической алгебраической геометрии и другим разделам современной математики.

2. *Полиэдральные дивизоры, T-многообразия и действия редуктивных групп*

Полученные здесь результаты опубликованы в работах в Michigan Mathematical Journal (2012) и London Mathematical Society Lecture Note Series (2012).

3. *Автоморфизмы алгебраических многообразий*

Результаты, относящиеся к этому разделу, опубликованы в работах в World Scientific Publishing (2013), Central European Journal of Mathematics (2013) и Moscow Mathematical Journal (2014)

4. *Гибкие многообразия*

Результаты этого раздела опубликованы в работах, вышедших в Математическом Сборнике (2012), Springer Science-Business Media New York (2013), Duke Mathematical Journal (2013) и Journal of the London Mathematical Society (2014).

5. *Эквивариантные пополнения коммутативных алгебраических групп*

Полученные здесь результаты собраны в публикации в Springer Proceedings in Mathematics and Statistics (2014).

Помимо заявленных разделов работа велась и в других направлениях. Так, в Journal of Algebra (2013) опубликована работа по применению конструктивных пространств в геометрической теории инвариантов для нередуктивных групп.

В процессе выполнения проекта по его результатам я выступал на международных конференциях и семинарах. За прошедшие 3 года под моим руководством было защищено 5 кандидатских диссертаций, прочитано несколько лекционных курсов и специальных семинаров. Вышеизложенное позволяет утверждать, что предложенный проект удалось реализовать.