

# ОТЧЁТ СТИПЕНДИАТА ФОНДА «ДИНАСТИЯ» СЕРГЕЯ ГОРЧИНСКОГО ЗА 2013 ГОД

## Результаты, полученные в 2013 году

Для каждого квазикогерентного пучка на многообразии А.Н. Паршин и А.А. Бейлинсон определили адельный комплекс. Это комплекс абелевых групп, когомологии которого канонически изоморфны когомологиям исходного пучка. Элементы данного комплекса нумеруются флагам на многообразии, причем длина флагов соответствует степени соответствующего элемента в комплексе. Таким образом, для каждой степени соответствующий член комплекса изоморфен прямой сумме адельных групп, соответствующих наборам коразмерностей данной длины. Общий подход к адельным комплексам заключается в том, что они позволяют сводить многие утверждения алгебраической геометрии о когомологиях пучков к локальным утверждениям о (многомерных) рядах Лорана.

Одним из примеров такого подхода является доказательство двойственности Серра. Из работ Паршина следует, что для доказательства двойственности Серра на гладкой проективной поверхности достаточно доказать, что пересечение адельных групп коммутирует с пересечением соответствующих наборов коразмерностей. Это доказано в совместной работе С. Горчинского и Р. Будылина для гладких поверхностей над несчетным полем. Более того, построен контрпример для случая гладких аффинных поверхностей над счетным полем. Данный контрпример является негативным ответом на старый вопрос, на который экспертами ожидался ответ позитивный.

Другое применение двумерных аделей связано с алгебраическими когомологиями де Рама. С. Горчинским совместно с Д. Щедриной получено новое доказательство формулы, выражающей когомологий де Рама гладкой поверхности в терминах рациональных дифференциальных форм на ней и на кривых на ней. Данная формула является обобщением хорошо известной классической формулы, выражающий первые когомологии де Рама римановой поверхности как фактор пространства форм третьего рода по точным рациональным формам. Идея доказательства заключается в применении адельного комплекса к комплексу де Рама и в вычислении когомологий де Рама для каждого из адельных колец. При этом наиболее нетривиальной задачей является вычисление когомологий де Рама кольца аделей, связанного с флагами вида точка и поверхность. В этом случае применяется некоторое естественное утверждение о локализации алгеброидов Ли, являющееся алгебраическим вариантом одного утверждения из смешанной теории Ходжа.

Для изучения мотивной дзета-функции важным понятием является симметрическая степень объектов в тензорной  $\mathbb{Q}$ -линейной категории. Естественно изучить также и симметрические степени с целыми коэффициентами. Нетривиальность задачи тут заключается в том, что идемпотенты, задающие симметрические степени, имеют рациональные коэффициенты. Вместо применения идемпотента в целочисленной ситуации предлагается переходить к фактору по действию симметрической группы на степени объекта. Для приложений оказывается важным изучить, уважает ли такая операция некоторые специальные отношения эквивалентности между объектами. С. Горчинским совместно с В. Гулецким доказано, что симметрическая степень уважает  $A1$ -гомотопическую эквивалентность между мотивными пространствами. Это влечет за собой существование левых производных симметрических степеней на нестабильной мотивной гомотопической теории, важных для дальнейших приложений.

### **Опубликованные и поданные в печать работы**

S. Gorchinskiy, D. Orlov, “Geometric phantom categories”,  
*Sci.*, **117**:1 (2013), 329–349

S. Gorchinskiy, V. Guletskii, “Non-trivial elements in the Abel–Jacobi kernels of higher-dimensional varieties”, *Adv. Math.*, **241** (2013), 162–191

H. Gillet, S. Gorchinskiy, A. Ovchinnikov, “Parameterized Picard–Vessiot extensions and Atiyah extensions”, *Adv. Math.*, **238** (2013), 322–411

С. О. Горчинский, “Порождаемость модулей и трансцендентность нуль-циклов”, *Изв. РАН. Сер. матем.*, **77**:4 (2013), 55–58

Р. Я. Будылин, С. О. Горчинский, “Пересечения адельных групп на поверхностях”, *Матем. сб.*, **204**:12 (2013), 3–14

S. Gorchinskiy, A. Ovchinnikov, “Isomonodromic differential equations and differential categories”,  
*Journal of Algebraic Geometry*, **22**:1 (2013), 1–24, 2013,  
принято в печать

S. Gorchinskiy, A. Rosly, “A polar complex for locally free sheaves”,  
*International Mathematics Research Notices*, 2013, принято в печать

### **Участие в конференциях и школах**

доклад «Мотивы трехмерных многообразий с представимыми нуль-циклами», международная конференция «Геометрия алгебраических многообразий», посвященная памяти В. А. Исковских, 22-25 октября 2013

доклад «Ordinary representations», летняя школа "p-adic modular forms", проведенная ЕТН, Альпбах, Австрия, 7-12 июля 2013

доклад «Parameterized differential Galois theory», конференция "Arithmetics & Geometry: 25 Years Number Theory Seminar", ЕТН Цюрих, Швейцария, 3-7 июня 2013

доклад «Adelic resolution for homology sheaves», конференция "The Langlands program and adelic theory", Международный математический институт им. Эйлера, Санкт-Петербург, Россия, 10-14 июня 2013

цикл лекций «Представления p-адических редуцированных групп», школа "The Langlands program and adelic theory", Международный математический институт им. Эйлера, Санкт-Петербург, Россия, 15 мая-7 июня 2013

доклад «Parameterized differential Galois theory», Trimester seminar "Arithmetic and Geometry", НМ, Бонн, Германия, март 2013

## **Работа в научных центрах и международных группах**

-

## **Педагогическая деятельность (включая научное руководство)**

Руководство дипломной работой бакалавра математического факультета ВШЭ Д.Ю. Щедриной в весеннем семестре 2013.

Руководство Д.Ю. Щедриной в магистратуре в осеннем семестре 2013.

Чтение лекционного курса в НОЦ МИАН «Локальные поля» в осеннем семестре 2013