

## ОТЧЕТ ЗА 2016 ГОД ПО ГРАНТУ ФОНДА ДИНАСТИЯ

Евгений Фейгин

### Результаты

Результаты, полученные нами в 2016 году можно разделить на две части: с одной стороны, мы продолжали изучать взаимосвязь между теорией представлений алгебр Ивахори и несимметрическими полиномами Макдональда; с другой стороны, мы получили ряд результатов, связанных с вырождением Пуанкаре-Биркгофа-Витта классических многообразий флагов в типе  $A$ .

В конце 2015 года нами в совместной работе с Е.Македонским были определены обобщённые локальные модули Вейля. Эти представления алгебры Ивахори задаются явными соотношениями и обобщают классические модули Вейля на произвольный (не обязательно доминантный) вес. Важность конструкции обуславливается её связью с различными задачами теории представлений, комбинаторики и алгебраической геометрии. В этом году в работе [4] мы определили и изучили глобальные обобщённые модули Вейля. С одной стороны, эти представления бесконечномерные (в отличие от локальных аналогов). С другой стороны, комбинаторные и теоретико-представленческие характеристики глобальных и локальных модулей Вейля тесно связаны. Кроме того, свойства глобальных модулей Вейля важны при изучении функций Уитэккера и полубесконечномерных пространств флагов. Кроме того, в работе [3] мы описали модули Вейля для скрученных аффинных алгебр Каца-Мути. В частности, мы завершили программу вычисления размерностей локальных модулей Вейля, начатую Чари и Прессли около 30 лет назад.

Работы [1] и [2] посвящены изучению различных объектов, связанных с вырождениями Пуанкаре-Биркгофа-Витта многообразий флагов типа  $A$ . В статье [1] мы описываем вершины многогранников ФФЛВ, целые точки которых параметризуют базисы в ПБВ градуированных неприводимых представлениях. Эти многогранники также являются многогранниками Ньютона торических вырождений многообразий флагов. Интересно отметить, что число простых вершин многогранников ФФЛВ совпадает с числом гладких  $T$ -неподвижных точек вырожденных многообразий флагов и даётся числом Шрёдера. Эти числа естественно возникают при колчанном описании ПБВ вырожденных многообразий флагов. В работе [2] мы описали глобальную структуру вырождений классических многообразий флагов типа  $A$  в пространстве модулей колчаных грассманианов с фиксированным вектором размерностей. В частности, явно описаны все плоские и неприводимые вырождения.

**За три года работы над проектом** нам удалось продвинуться в понимании структуры представлений нильпотентных алгебр, соответствующих  $\mathbb{C}_a^N$  многообразий и комбинаторных конструкций. Это касается разнообразных вырождений классических представлений простых алгебр Ли, алгебр токов и аффинных алгебр Каца-Мути, а также торических вырождений многообразий флагов. Мы также продвинулись в понимании взаимосвязи между теорией Ли

и теорией колчаных грассманианов. Мы планируем в дальнейшем продолжать проведённые за эти три года исследования.

### Статьи

[1] With with I.Makhlin  
Vertices of FFLV polytopes  
arXiv:1604.08844, submitted

FFLV polytopes describe monomial bases in irreducible representations of  $\mathfrak{sl}_n$ . We study various sets of vertices of FFLV polytopes. First, we prove the locality of set of vertices with respect to the type A Dynkin diagram. Second, we describe all the permutation vertices. Third, we describe all the simple vertices and prove that their number is equal to the large Schröder number. Finally, we derive analogous results for symplectic algebras.

[2] With G. Cerulli Irelli, X.Fang, G.Fourier, M.Reineke  
Linear degenerations of flag varieties  
arXiv:1603.08395, *submitted*

Linear degenerate flag varieties are degenerations of flag varieties as quiver Grassmannians. For type A flag varieties, we obtain characterizations of flatness, irreducibility and normality of these degenerations via rank tuples. Some of them are shown to be isomorphic to Schubert varieties and can be realized as highest weight orbits of partially degenerate Lie algebras, generalizing the corresponding results on degenerate flag varieties. To study normality, cell decompositions of quiver Grassmannians are constructed in a wider context of equioriented quivers of type A.

[3] With With I. Makedonskyi  
Generalized Weyl modules for twisted current algebras.  
arXiv:1606.05219, *submitted*

We introduce the notion of generalized Weyl modules for twisted current algebras. We study their representation-theoretic and combinatorial properties and connection to the theory of nonsymmetric Macdonald polynomials. As an application we compute the dimension of the classical Weyl modules in the remaining unknown case.

[4] With I. Makedonskyi and D.Orr  
Generalized Weyl modules and nonsymmetric  $q$ -Whittaker functions  
arXiv:1605.01560 *submitted*

We introduce generalized global Weyl modules and relate their graded characters to nonsymmetric Macdonald polynomials and nonsymmetric  $q$ -Whittaker functions. In particular, we show that the series part of the nonsymmetric  $q$ -Whittaker function is a generating function for the graded characters of generalized global Weyl modules.

### Конференции и семинары

Workshop "Lie Theory and Representation Theory Cologne, Germany, August 22–26, 2016.

Workshop on Classical and Quantum Integrable Systems, Saint-Petersburg, Russia, July 11–15, 2016.

Workshop "PBW Structures in Representation Theory Oberwolfach, Germany, 28 February – 5 March, 2016.

#### **Работа в научных центрах и международных группах**

М. Райнеке, Д. Фурье (Вупперталь, Кёльн, Бохум).

С. Като, С. Наито (Киото-Токио).

#### **Преподавание**

[0] Two PhD students I. Makedonskyi and I. Koptelov.

[1] Representations of affine and vertex operator algebras, from third year students to PhD students, September–December 2016.

[2] Discrete mathematics, first year students, January–June 2016.