

Отчет по гранту фонда "Династия" за 2014 год
Захаров Александр Олегович

1 Результаты, полученные в этом году.

Результаты относятся к комбинаторной и геометрической теории групп.

Как известно, не все подгруппы конечно порожденной свободной группы конечно порождены, однако пересечение конечно порожденных подгрупп свободной группы конечно порождено (теорема Хаусона) и ранг пересечения можно оценить через ранги исходных подгрупп (неравенство Ханны Нейман).

Основные результаты являются обобщениями неравенства Ханны Нейман на случай подгрупп фундаментальных групп графов групп с конечными реберными группами. Это естественный и широкий класс групп, обобщающий свободные группы. В частности, мы получаем оценки для ранга пересечения подгрупп в свободных произведениях групп с объединенной конечной подгруппой, в HNN-расширениях с конечными ассоциированными подгруппами и в почти свободных группах. С помощью теории Басса-Серра можно переформулировать результаты в терминах групп, действующих на деревьях с конечными стабилизаторами ребер.

В работе [1] получена оценка для ранга пересечения подгрупп таких групп для случая подгрупп, действующих свободно на дереве (такие подгруппы являются свободными).

Далее, совместно с Сергеем Ивановым (University of Illinois at Urbana-Champaign) мы обобщаем этот результат на случай подгрупп, действующих свободно на ребрах соответствующего дерева. Такие подгруппы не обязательно являются свободными, но они раскладываются естественным образом в свободное произведение групп, и потому обладают рангом Куроша, обобщающим ранг свободной группы. Мы доказываем следующую теорему.

Теорема. Пусть группа G действует без инверсий ребер на дереве T так, что число орбит вершин и ребер конечно и все стабилизаторы ребер конечны. Пусть подгруппы $H, K \subseteq G$ таковы, что их действия на T , индуцированные действием всей группы G , свободны на ребрах, а также H и K имеют конечный ранг Куроша. Тогда

$$\bar{r}_K(H \cap K) \leq 6m \cdot \bar{r}_K(H) \bar{r}_K(K),$$

где m — максимум порядков стабилизаторов ребер при действии G на T , $\bar{r}_K(H) = \max(0, r_K(H) - 1)$ — редуцированный ранг Куроша подгруппы H , $r_K(H)$ — ранг Куроша подгруппы H .

Мы также получаем оценки при некоторых других ограничениях на действие группы на дереве, не подразумевающих конечность стабилизаторов ребер.

Эти результаты будут в скором времени опубликованы в виде препринта, а затем статьи (в соавторстве с Сергеем Ивановым).

26 декабря 2014 года на мех-мате МГУ состоится защита кандидатской диссертации на тему "Пересечение подгрупп в свободных конструкциях".

2 Опубликованные и поданные в печать работы.

[1] A. Zakharov, *On the rank of the intersection of free subgroups in virtually free groups*, Journal of Algebra 418 (2014), 29-43.

3 Участие в конференциях и школах.

1) Участие в Asymptotic properties of groups, workshop, 24-28 марта 2014, Institut Henri Poincare, Paris.

2) Участие в Geometry of computation in groups, workshop, 31 марта - 4 апреля 2014, Erwin Schrodinger International Institute, Vienna.

4 Работа в научных центрах и международных группах.

Научный визит в University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC), USA, 15 февраля - 20 марта 2014.

Доклад на научном семинаре математического факультета UIUC, 20 февраля 2014.

5 Педагогическая деятельность.

Осенний семестр 2014 — проведение семинарских занятий со студентами на механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова (кафедра высшей алгебры).